บทที่ 3
สนามแม่เหล็ก

เอกสารประกอบการสอนรายวิชา

PHYS 1103 ฟิสิกส์ทั่วไป 2

สนามแม่เหล็ก

- สนามแม่เหล็ก
- การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็ก
- แรงบนเส้นลวดและกระแสไฟฟ้า
- กฎของของบิโอต์–ซาวารต์
- กฎของแอมแปร์
- แรงโลเรนต์และการประยุกต์
- โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก
- ความเข้มสนามแม่เหล็กและแมกเนไตเซชัน

วิศวกรคนหนึ่งกำลังตรวจสอบอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของแม่เหล็กตัวนำยิ่งยวดใน Large Hadron Collider (LHC) ที่ห้องแลบฟิสิกส์อนุภาคแห่งยุโรปซึ่งดำเนินการโดย CERN แม่เหล็กนี้ใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของประจุอนุภาคในเครื่องเร่งอนุภาค

ความเป็นมา

- ศตวรรษที่ 13 ก่อนคริสต์ศักราช : คนจีนเริ่มใช้เข็มทิศซึ่งเป็นสิ่งประดิษฐ์ของชาวอาหรับ
- *800 ปี ก่อนคริสต์ศักราช : ชาวกรีกค้นพบสารแม่เหล็ก (Fe_3O_4) ซึ่งสามารถดูดเหล็กได้*
- ค.ศ. 1269 : Pierre de Maricourt ค้นพบว่าเมื่อวางเข็มทิศรอบ ๆ แม่เหล็กธรรมชาติรูปทรงกลม เข็มทิศจะชี้ในแนวเส้นโค้งรอบ ๆ แม่เหล็กโดยผ่านจุด 2 จุด ซึ่งเรียกว่า ขั้ว (pole)
- *ค.ศ. 1600 : William Gilbert ทำการทดลองเกี่ยวกับแม่เหล็กและแนะนำว่าโลกคือแม่เหล็กถาวรขนาดใหญ่*

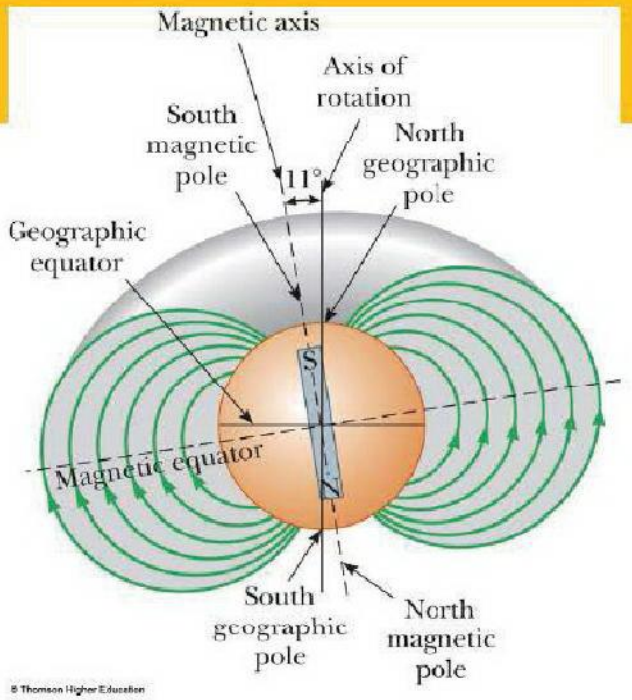
ความเป็นมา (ต่อ)

- ค.ศ. 1819 : Hans Christian Oersted ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับอำนาจแม่เหล็ก

- ค.ศ. 1820 :
  - Faraday และ Henry ค้นพบว่าการเปลี่ยนสนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า
  - Maxwell ค้นพบว่าการเปลี่ยนสนามไฟฟ้าจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก

Hans Christian Oersted

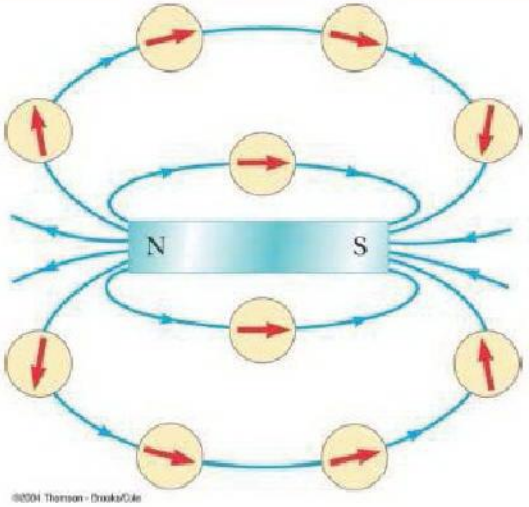
ขั้วแม่เหล็ก



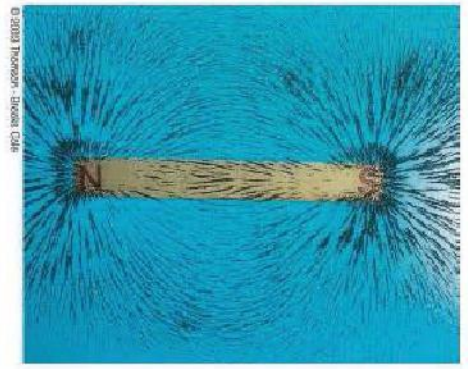
- แม่เหล็กทุกชนิดมี 2 ขั้วคือ ขั้วเหนือและขั้วใต้ ซึ่งออกแรงกระทำต่อกัน โดยขั้วเหมือนกันจะผลักกัน ขั้วต่างกันจะดูดกัน
  - *ที่มาของชื่อของขั้วเกิดจากการหันของแท่งแม่เหล็กไปยังขั้วโลกเหนือหรือใต้เมื่อแขวนให้หมุนได้อย่างอิสระ*
- เนื่องจากขั้วเหนือของแท่งแม่เหล็กชี้ไปยังขั้วโลกเหนือแสดงว่าขั้วโลกเหนือมีอำนาจเป็นขั้วใต้ของแท่งแม่เหล็ก
- *แรงกระทำระหว่างขั้วของแท่งแม่เหล็กจะเป็นปฏิภาคกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างขั้ว*
- ถึงแม้ในทางทฤษฎีชี้ว่าอาจมีแม่เหล็กขั้วเดียวแต่ในความเป็นจริงแม่เหล็กมี 2 ขั้วเสมอ

สนามแม่เหล็ก

- สนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ เป็นปริมาณเวกเตอร์ ซึ่ง ณ ตำแหน่งใด ๆ มีทิศตามทิศของขั้วเหนือของเข็มทิศ

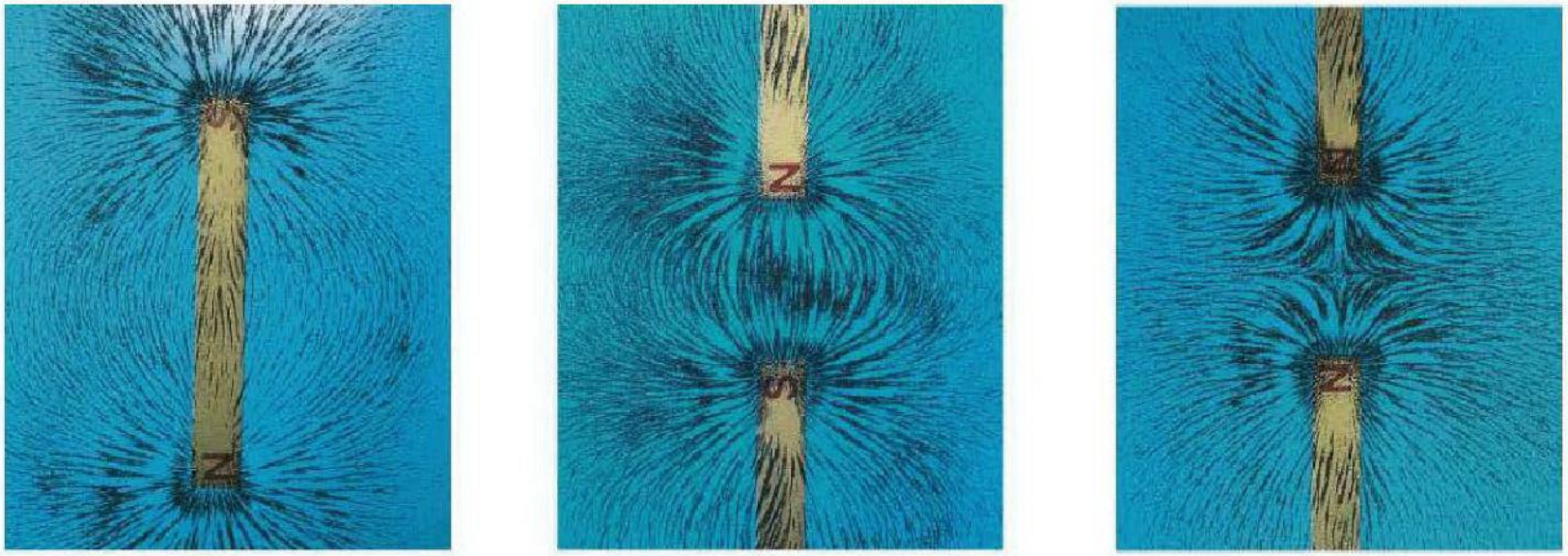


- *เส้นสนามแม่เหล็กจะเป็นเครื่องบอกทิศของสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ซึ่งภายนอกแท่งแม่เหล็กจะชี้จากขั้วเหนือไปยังขั้วใต้ ดังรูป*



- เส้นสนามแม่เหล็กจะวนเป็นวงไม่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดซึ่งต่างจากเส้นสนามไฟฟ้า

สนามแม่เหล็ก



(a) (b) (c)

© Thomson Higher Education

- Iron filings are used to show the pattern of the electric field lines
- The direction of the field is the direction a north pole would point
  - Compare to the electric field produced by an electric dipole (b)
  - Compare to the electric field produced by like charges (c)

แรงแม่เหล็กจะกระทำกับประจุเคลื่อนที่

การทดลองกับประจุทดสอบที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กให้ผลดังนี้

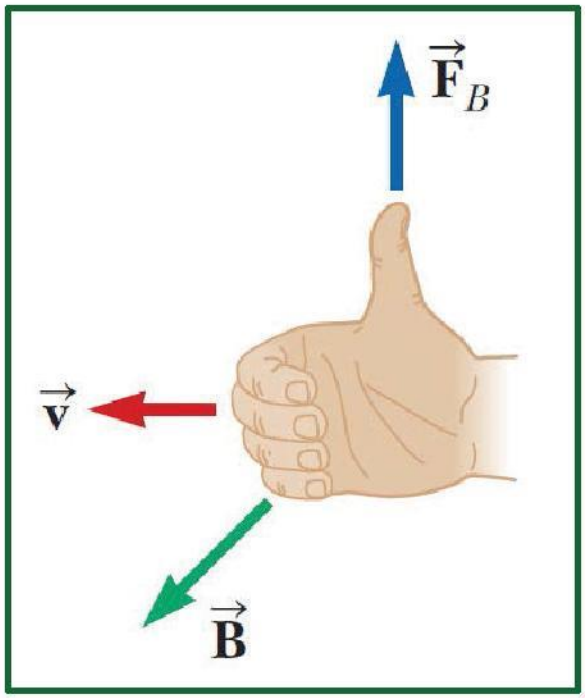
- ขนาดของแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ ที่กระทำต่ออนุภาคเป็นสัดส่วนตรงกับประจุ q และความเร็ว $\vec{v}$ ของอนุภาค
- ขนาดและทิศทางของ $\vec{F}_B$ ขึ้นอยู่กับความเร็วของอนุภาคและขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$
- เมื่ออนุภาคมีประจุเคลื่อนที่ขนานกับเวกเตอร์สนามแม่เหล็กแรงแม่เหล็กที่กระทำต่ออนุภาคเป็นศูนย์
- เมื่อเวกเตอร์ความเร็วของอนุภาคทำมุม $\theta \neq 0$ กับสนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็กจะกระทำในทิศทางที่ตั้งฉากกับ $\vec{v}$ และ $\vec{B}$ นั่นคือ $\vec{F}_B$ จะตั้งฉากกับระนาบที่เกิดจาก $\vec{v}$ และ $\vec{B}$
- แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุบวกมีทิศตรงข้ามกับแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุลบ ซึ่งเคลื่อนที่ในทิศเดียวกัน
- ขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำต่ออนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นสัดส่วนตรงกับ $\sin\theta$ เมื่อ θ เป็นมุมที่เวกเตอร์ความเร็ว $\vec{v}$ ของอนุภาคกระทำต่อทิศของ $\vec{B}$

เมื่อเขียนแรงแม่เหล็กที่กระทำกับประจุจึงเขียนได้ดังนี้คือ

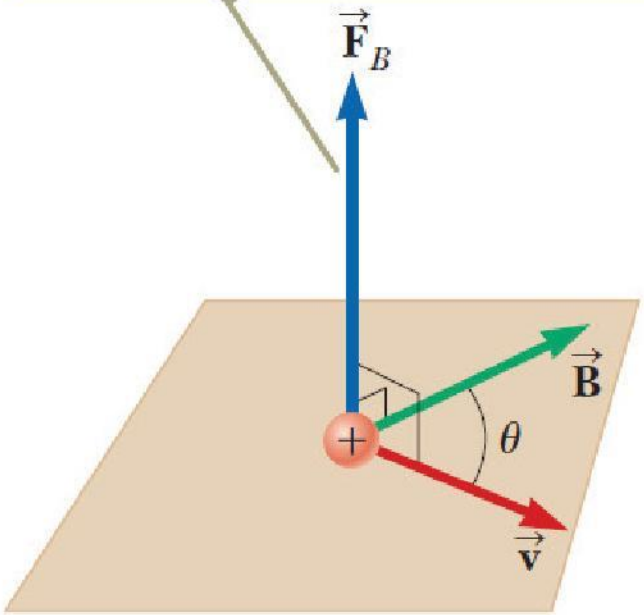
$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

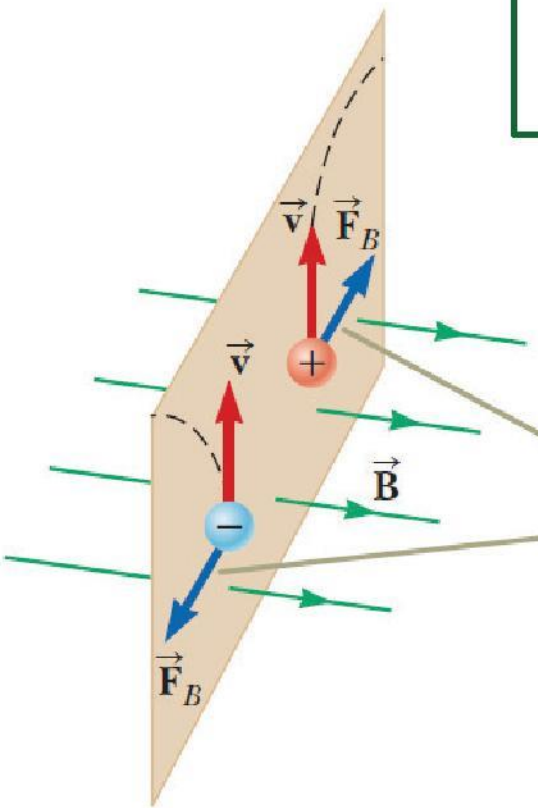
กฎมือขวา

ทิศทางการเคลื่อนที่ของประจุจะเป็นไปตาม*กฎมือขวา* โดยเหยียดนิ้วทั้ง 4 ไปตามทิศของ $\vec{v}$ แล้วกำไปตามทิศของ $\vec{B}$ นิ้วหัวแม่มือจะชี้ไปในทิศ $\vec{F}_B$ ดังรูป



แรงแม่เหล็กจะตั้งฉากทั้งกับ $\vec{v}$ และ $\vec{B}$





ประจุต่างชนิดกันที่เคลื่อนที่ในทิศเดียวกันและมีความเร็วเท่ากันใน จะถูกแรงแม่เหล็กกระทำขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางตรงกันข้าม

ขนาดของแรงแม่เหล็ก

- เราอาจเขียนขนาดของแรงแม่เหล็กได้เป็น

$$F_B = |q| vB \sin\theta$$

โดย θ เป็นมุมที่เล็กที่สุดระหว่างทิศของ v และ B

- F_B จะเป็นศูนย์ถ้า v และ B ขนานกันหรือตรงกันข้าม $(\theta = 0$ หรือ $180^\circ)$
- F_B จะมีค่าสูงสุดถ้า $v \perp B \left(\theta = 90^\circ\right)$
- แรงแม่เหล็กจะเกิดขึ้นเมื่ออนุภาคเคลื่อนที่เท่านั้น ซึ่งแตกต่างจากแรงไฟฟ้าที่เกิด แม้ในขณะประจุหยุดนิ่ง
- ทิศของแรงแม่เหล็กจะตั้งฉากกับทิศสนามแม่เหล็ก ขณะที่ทิศของแรงไฟฟ้าจะขนานกับทิศสนามไฟฟ้า

หน่วยและขนาดของสนามแม่เหล็ก

- หน่วยของสนามแม่เหล็กในระบบ SI คือ เทสลา (tesla, T) โดย

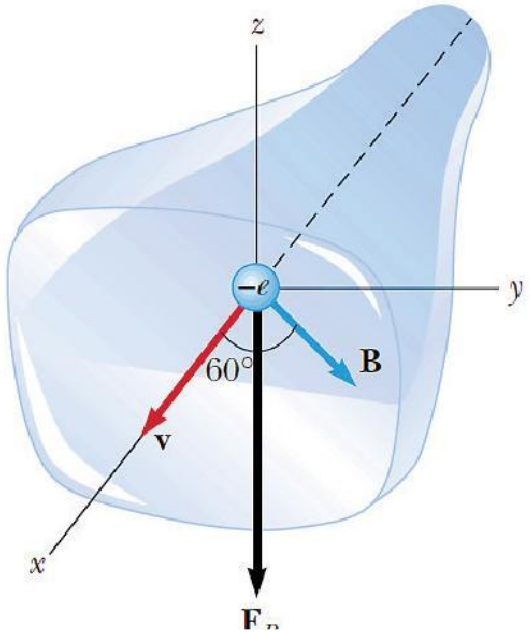
$$1\ \mathrm{T} = 1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}\cdot\mathrm{m/s}} = 1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}}$$

Some Approximate Magnetic Field Magnitudes

Source of Field	Field Magnitude (T)
Strong superconducting laboratory magnet	30
Strong conventional laboratory magnet	2
Medical MRI unit	1.5
Bar magnet	10^{-2}
Surface of the Sun	10^{-2}
Surface of the Earth	0.5×10^{-4}
Inside human brain (due to nerve impulses)	10^{-13}

ตัวอย่าง 4.1

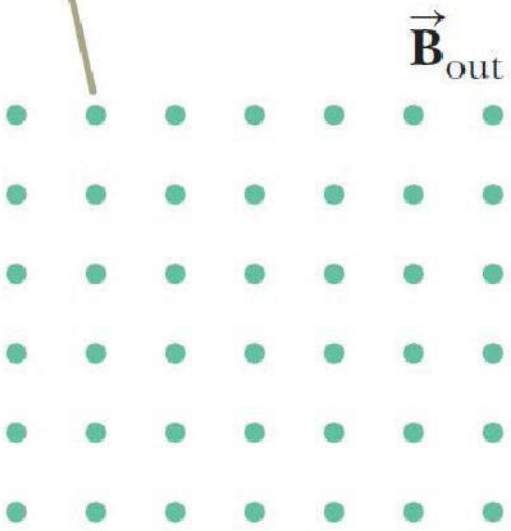
อนุภาคโปรตอนเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 8×10^6 เมตร/วินาที ในทิศ +x เข้าไปในย่านที่มีสนามแม่เหล็ก 0.025 T สนามแม่เหล็กอยู่ในระนาบ xy โดยมีทิศทำมุม 60 องศากับแกน x ดังรูป จงหาแรงแม่เหล็กและ ความเร่งของโปรตอนเมื่อเริ่มเคลื่อนที่เข้าไปในย่านที่มีสนามแม่เหล็ก



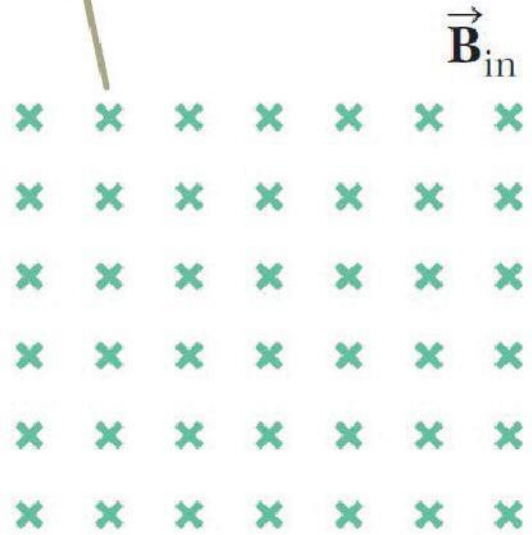
รูปสัญลักษณ์

- จุด แสดงสัญลักษณ์ของลูกศรพุ่งออกจากกระดาษ
- กากบาท แสดงสัญลักษณ์ของลูกศรพุ่งเข้ากระดาษ

สัญลักษณ์กลุ่มของจุดสม่ำเสมอของสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ สม่ำเสมอพุ่งออกจากกระดาษ

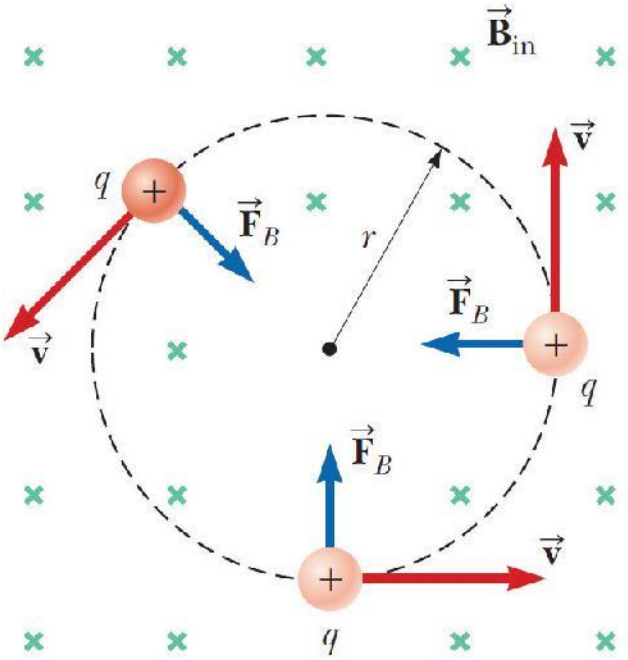


สัญลักษณ์กลุ่มของกากบาทสม่ำเสมอของสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ สม่ำเสมอพุ่งออกจากกระดาษ



การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็ก

ถ้าอนุภาคไฟฟ้ามวล m ที่มีประจุ q เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ B และความเร็วต้น v มีทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กแล้วอนุภาคจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี r โดยระนาบการเคลื่อนที่จะตั้งฉากกับทิศของสนามแม่เหล็ก



เนื่องจาก $\theta = 90^\circ$ จะได้ $\sin 90^\circ = 1$

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

จะได้รัศมีของการเคลื่อนที่คือ

$$r = \frac{mv}{qB}$$

ความถี่ของการเคลื่อนที่หาได้จาก

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

คาบในการเคลื่อนที่หาได้จาก

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

ตัวอย่าง 4.2

โปรตอนเป็นไปในวงโคจรเป็นวงกลมรัศมี 14 เซนติเมตร สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 0.35 T ตั้งฉากกับความเร็วของโปรตอน จงหาความเร็วเชิงเส้นของโปรตอน

ตัวอย่าง 4.3

ประจุ 4 C มวล 2×10^{-3} kg เคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 4 mm ด้วยความเร็ว 4 m/s ภายใต้สนามแม่เหล็ก จงหาขนาดของสนามแม่เหล็กนี้ (B = 0.5 T)

แรงโลเร็นตซ์และการประยุกต์

- เราได้ทราบมาแล้วว่าเมื่อประจุเคลื่อนที่ในสนามไฟฟ้าจะเกิดแรงไฟฟ้ากระทำต่อประจุ และถ้าประจุเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงแม่เหล็กกระทำต่อประจุเช่นกัน

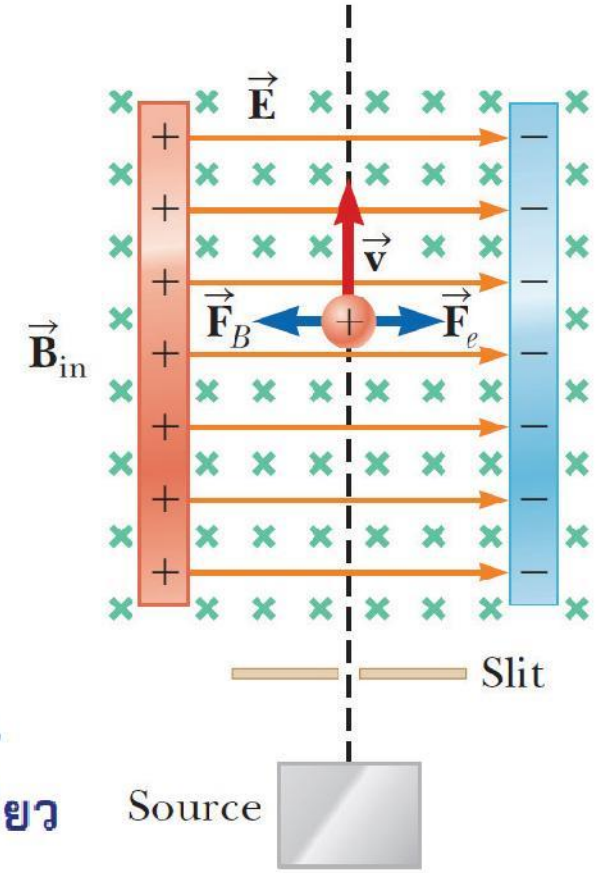
- *ดังนั้นถ้าประจุเคลื่อนที่ในสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงทั้งสองชนิดซึ่งเรียกชื่อว่า "แรงโลเร็นตซ์ (Lorentz force)"*

อยู่ในรูป

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}} + q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

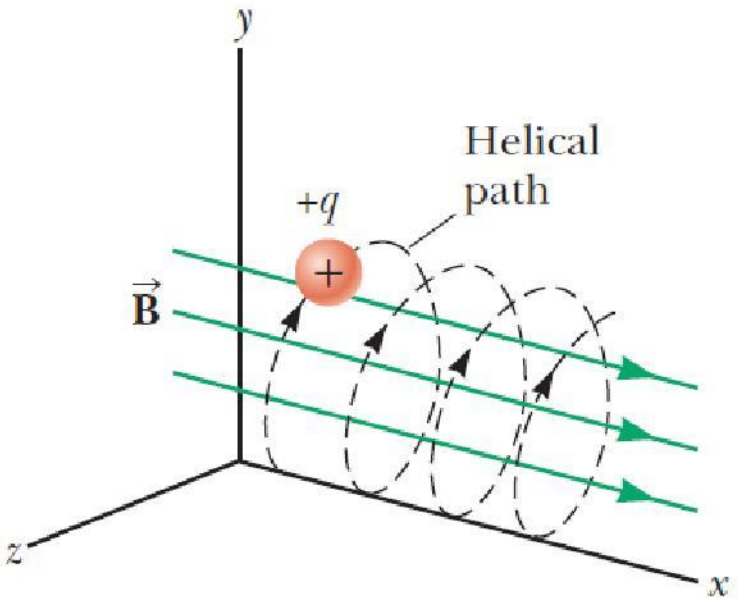
การประยุกต์แรงโลเร็นตซ์

- ในการคัดเลือกชนิดของประจุ เราอาจใช้ความเร็วเป็นตัวกำหนด
- *เครื่องเลือกความเร็วจะมีทิศของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าตั้งฉากกันจึงทำให้แรงมีทิศตรงกันข้าม*
- ประจุที่มีความเร็วเท่ากัน (v=E/d) จะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงผ่านไปได้ แต่ประจุที่เคลื่อนที่เร็วกว่าจะเลี้ยวไปด้านซ้าย แต่ประจุที่เคลื่อนที่ช้ากว่าจะเลี้ยวไปทางขวา

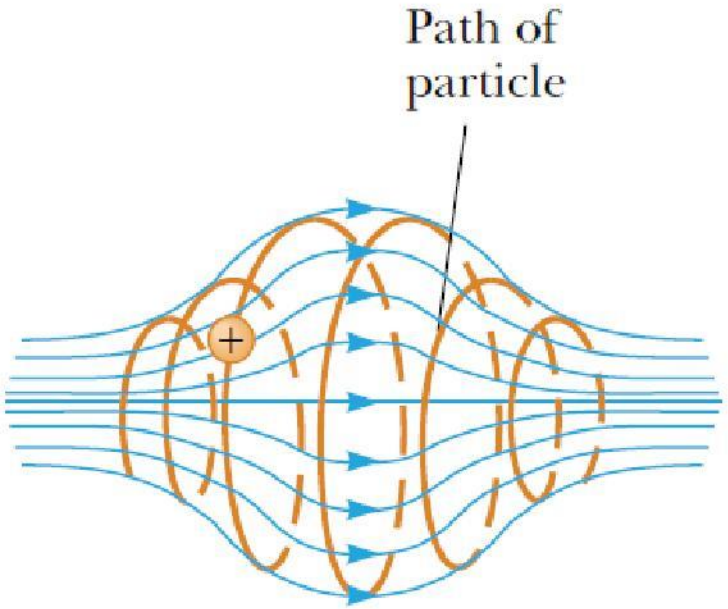


การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็กในรูปแบบต่าง ๆ

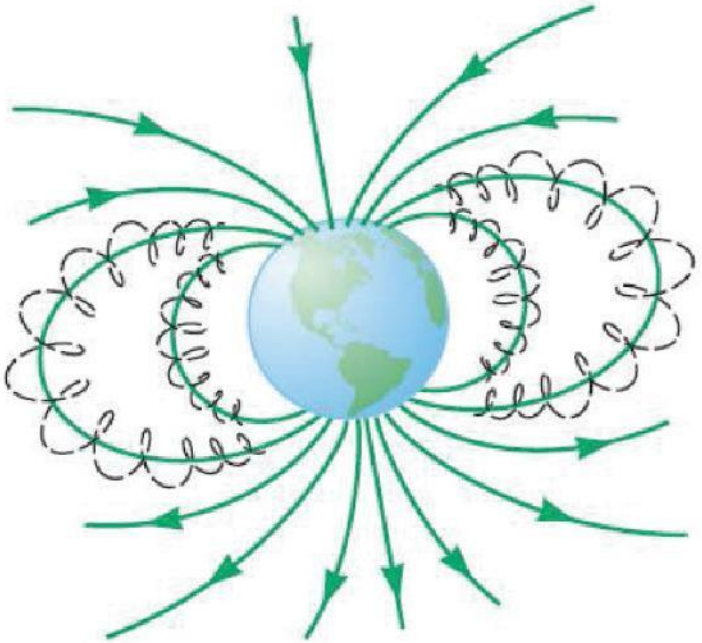
- ถ้าประจุเคลื่อนที่ ทำมุมที่ไม่ใช่มุมฉากกับสนามแม่เหล็ก มันจะมีเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นรูปเกลียว (Helix) ดังรูป



- ถ้าสนามแม่เหล็กมีค่าไม่คงตัวจะเกิดแรงแม่เหล็กผลักประจุให้เคลื่อนที่กลับไปกลับมาในขวดแม่เหล็ก (magnetic bottle) ดังรูป



แถบรัศมีแวนแอลเลน

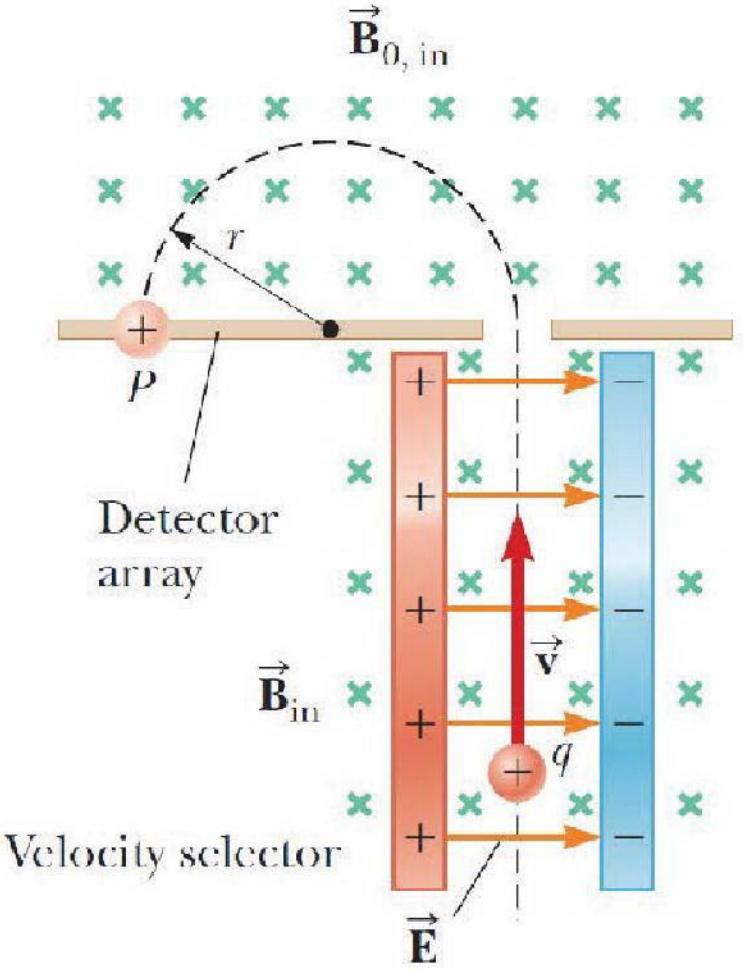


- อนุภาคที่มีประจุอยู่รอบ ๆ โลกจะได้รับอิทธิพลของสนามแม่เหล็กโลก ทำให้เคลื่อนที่กลับไป-กลับมาตามแนวเส้นสนามแม่เหล็กโลก ดังรูป

- *อนุภาคดังกล่าวจะชนกับโมเลกุลของอากาศในชั้นบรรยากาศของโลกทำให้เกิดการเรืองแสง ซึ่งเรียกว่า* ***แถบรัศมีแวนแอลเลน (Van Allen Radiation Belts)***

เครื่องแยกมวล (Mass Spectrometer)

- เครื่องแยกมวลจะแยกไอออนโดยอาศัยอัตราส่วนของมวลต่อประจุเป็นตัวกำหนด
- *ไอออนซึ่งถูกคัดเลือกโดยเครื่องแยกความเร็วจะเคลื่อนที่เข้าสู่บริเวณที่มีสนามแม่เหล็กดังรูป*

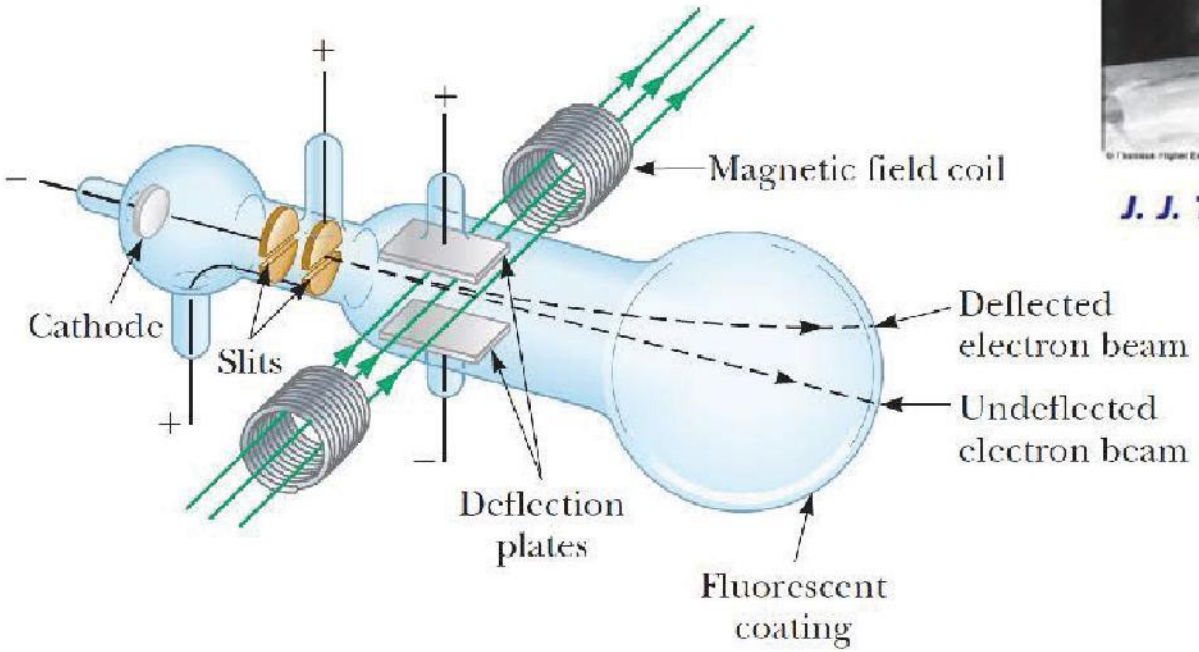


- ไอออนจะเคลื่อนที่เป็นครึ่งวงกลมก่อนตกกระทบต่อหัววัดประจุที่จุด P
- *ไอออนที่มีมวลต่างกันจะมีรัศมีของวงโคจรต่างกัน* $(\because\ r = mv/qB)$
- ดังนั้นตำแหน่งของหัววัดประจุจะเป็นเครื่องแยกชนิดของไอออน

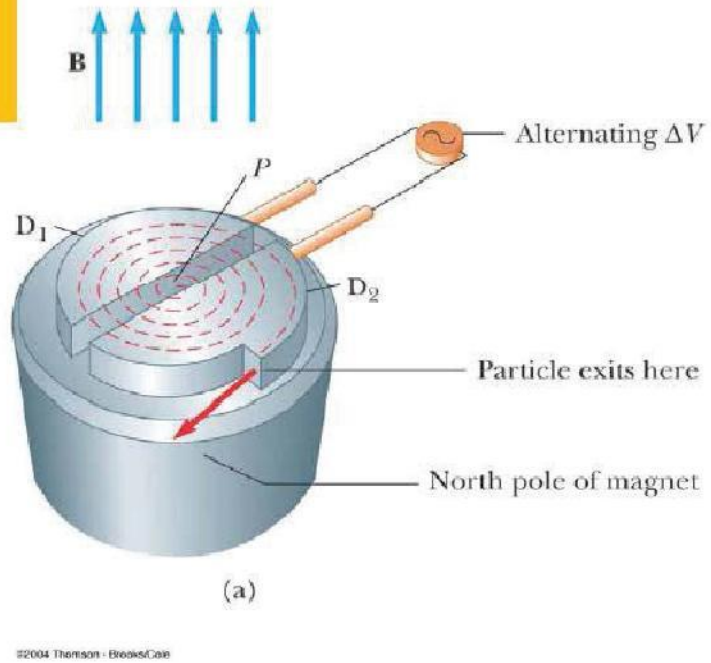
เครื่องวัด e/m ของ J. J. Thompson

- อิเล็กตรอนถูกเร่งจากคาโทด
- อิเล็กตรอนถูกสะท้อนกลับโดยสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก
- ลำอิเล็กตรอนชนจอฟลูออเรสเซนต์
- วัดค่า e/m

J. J. Thompson @Cambridge, UK.



ไซโคลตรอน (Cyclotron)

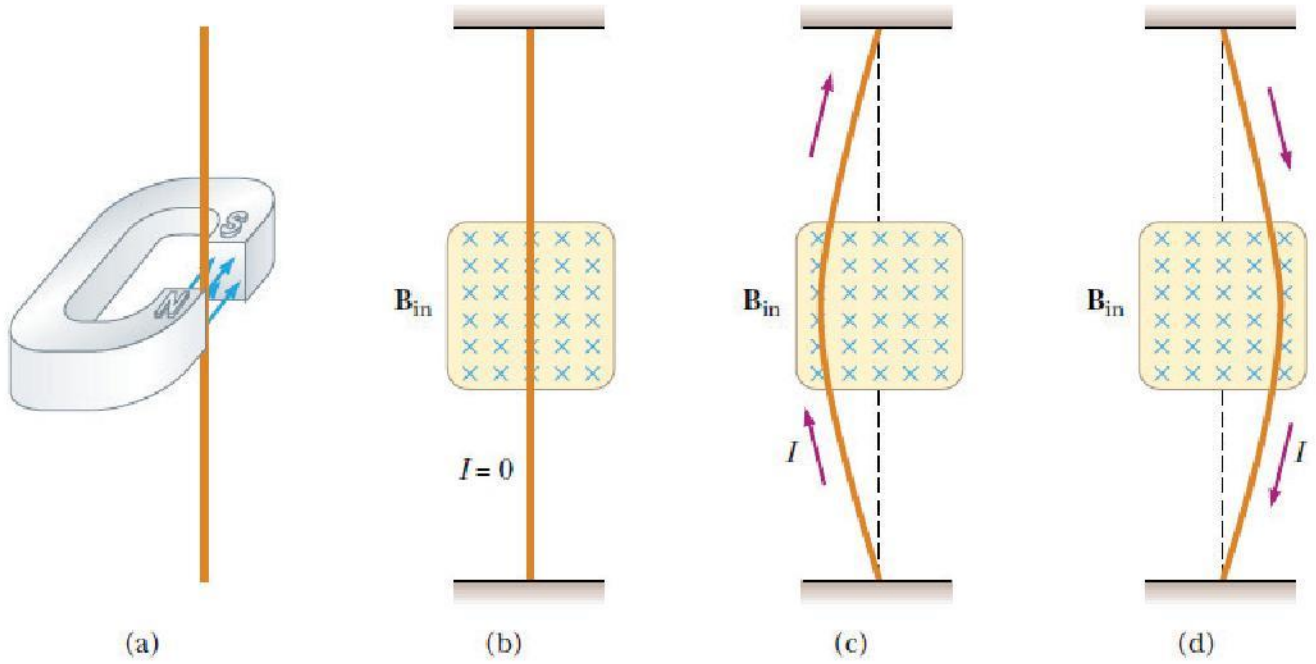


- ไซโคลตรอนเป็นเครื่องเร่งอนุภาคที่ใช้ความต่างศักย์ไฟฟ้าซึ่งสลับขั้วตลอดเวลา ดังรูป
- D_1 และ D_2 จะมีศักย์ไฟฟ้าแตกต่างกันและสลับขั้วด้วยความถี่ที่สอดคล้องกับคาบของการเคลื่อนที่เป็นครึ่งวงกลมของอนุภาค
- แท่งแม่เหล็กที่อยู่ด้านล่างของตัว D จะสร้างสนามแม่เหล็กที่มีทิศตั้งฉากกับความเร็วของอนุภาคทำให้อนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมภายในตัว D
- ในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ในวงกลมอนุภาคจะมีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้นและเมื่อหลุดออกจากตัว D จะมีพลังงานจลน์เป็น (อาจสูงถึง 20 MeV)

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$$

แรงกระทำบนลวดนำกระแส

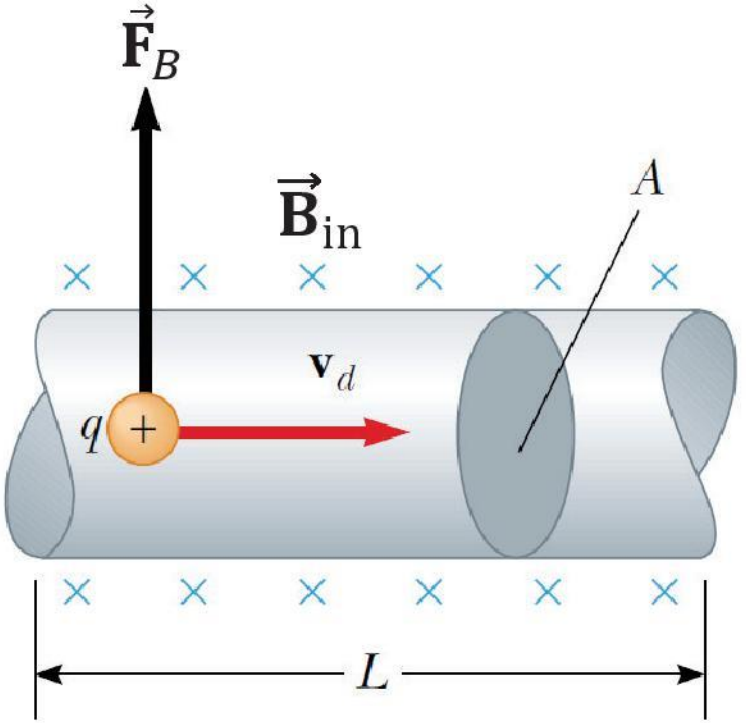
- ถ้าวางลวดนำกระแสในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงแม่เหล็กกระทำต่อลวดทำให้ลวดโค้งงอดังรูป



ลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจะได้รับแรงแม่เหล็กด้วย เพราะว่ากระแสไฟฟ้าคือกลุ่มอนุภาคที่มีประจุที่เคลื่อนที่ ดังนั้นแรงลัพธ์ที่กระทำโดยสนามแม่เหล็กต่อลวดตัวนำ คือผลรวมแบบเวกเตอร์ของแรงแต่ละแรงที่กระทำต่ออนุภาคที่มีประจุ ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้า แรงที่กระทำต่ออนุภาคจะส่งถ่ายให้กับเส้นลวดเมื่ออนุภาคชนกับอะตอมของเส้นลวด

สมการของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนลวดนำกระแส

- แรงแม่เหล็กที่กระทำบนลวดนำกระแสเป็นผลมาจากแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุที่เคลื่อนที่ในลวดนำกระแส ดังรูป
- *แรงรวมจะเท่ากับผลคูณของจำนวนประจุกับแรงกระทำต่อหนึ่งหน่วยประจุ หรือ*



$$\vec{\mathbf{F}}_B = (q\vec{\mathbf{v}}_d \times \vec{\mathbf{B}})nAL$$

เนื่องจาก $I = nqv_dA$

ดังนั้นในรูปของกระแสแรงรวมจะมีค่าเป็น

$$\vec{\mathbf{F}}_B = I\vec{\mathbf{L}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

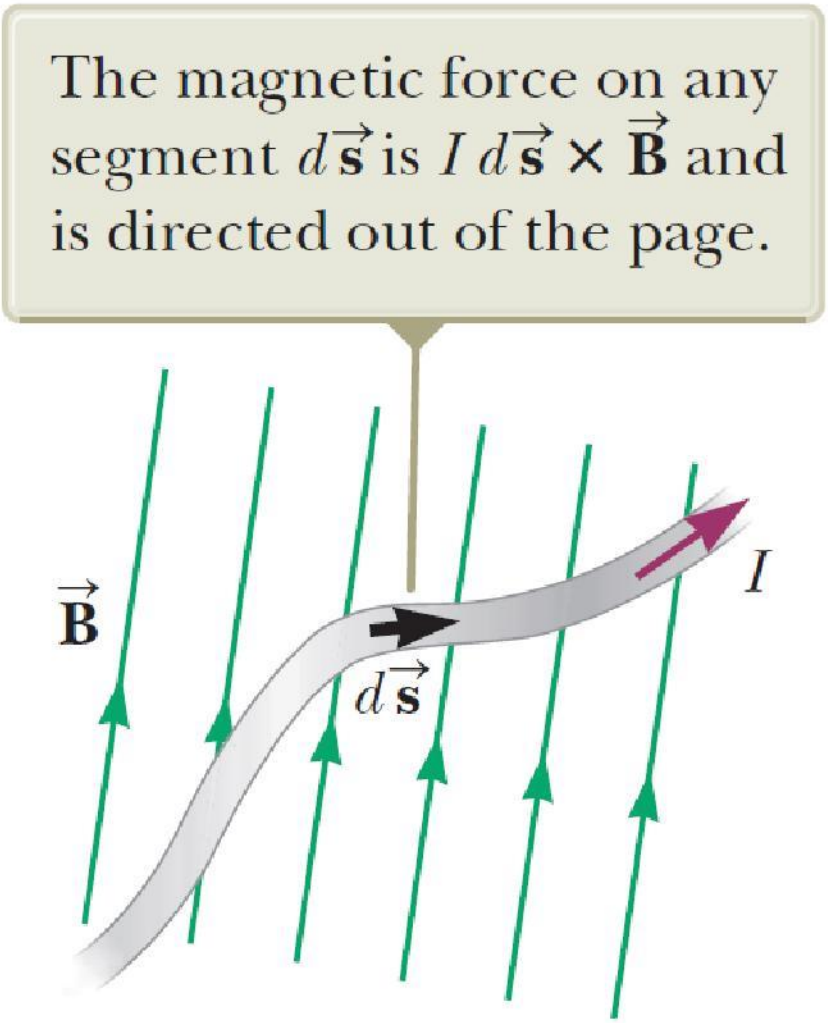
เมื่อ n คือจำนวนประจุต่อปริมาตร L คือเวกเตอร์ที่ชี้ในทิศการไหลของกระแส I มีขนาดเท่ากับความยาว L ของเส้นลวด

- ในกรณีที่ลวดนำกระแสมีรูปร่างใด ๆ แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อส่วนเล็ก ๆ $d\mathbf{s}$ ของลวดจะมีค่าเป็น

$$d\vec{\mathbf{F}}_B = I\, d\vec{\mathbf{s}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

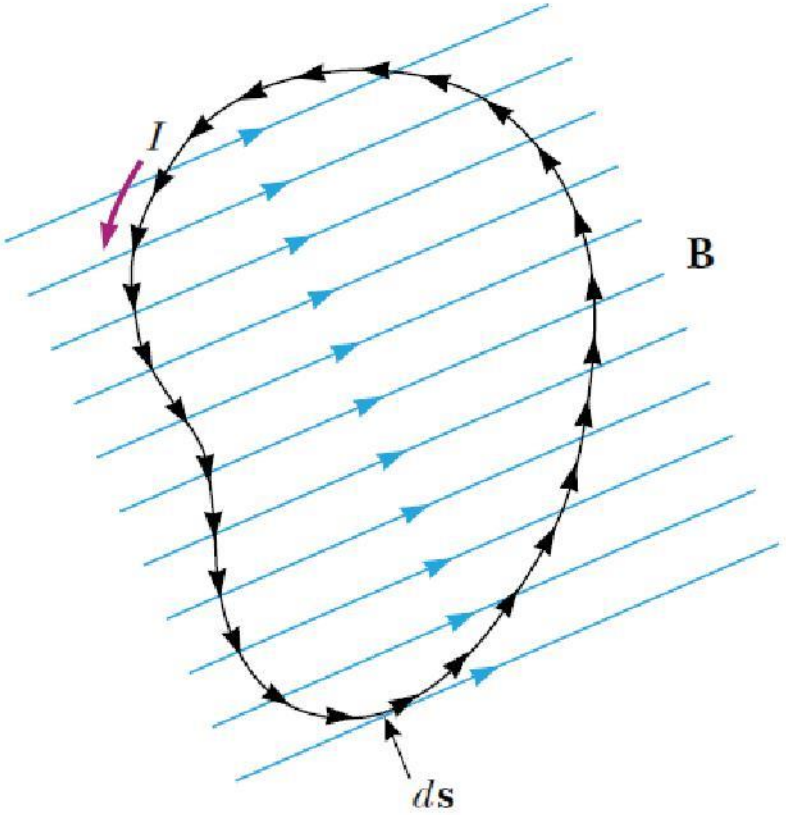
- แรงแม่เหล็กรวมที่กระทำต่อลวดนำกระแสจะหาค่าได้โดยการอินทิเกรตให้ครอบคลุมตลอดความยาวของลวด

$$\vec{\mathbf{F}}_B = I \int_a^b d\vec{\mathbf{s}} \times \vec{\mathbf{B}}$$



โดยที่ a และ b คือจุดปลายทั้งสองข้างของลวดตัวนำ

เส้นลวดโค้งเชื่อมต่อกันเป็นลูปปิดมีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านและวางตัวอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ ดังรูป จะได้ว่า

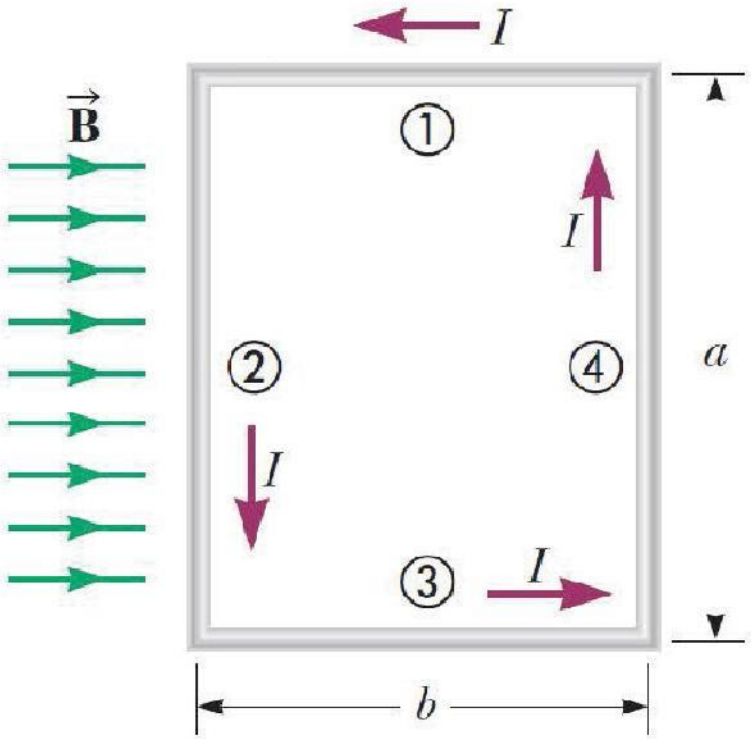


แรงแม่เหล็กสุทธิจะเป็นศูนย์ เนื่องจากผลรวมแบบเวกเตอร์ตลอดเส้นทางปิดจะมีค่าเป็นศูนย์

ดังนั้น สรุปได้ว่า $$\vec{\mathbf{F}}_B = I \oint \mathrm{d}\vec{s} \times \vec{\mathbf{B}} = 0$$

ทอร์กบนวงจรปิด

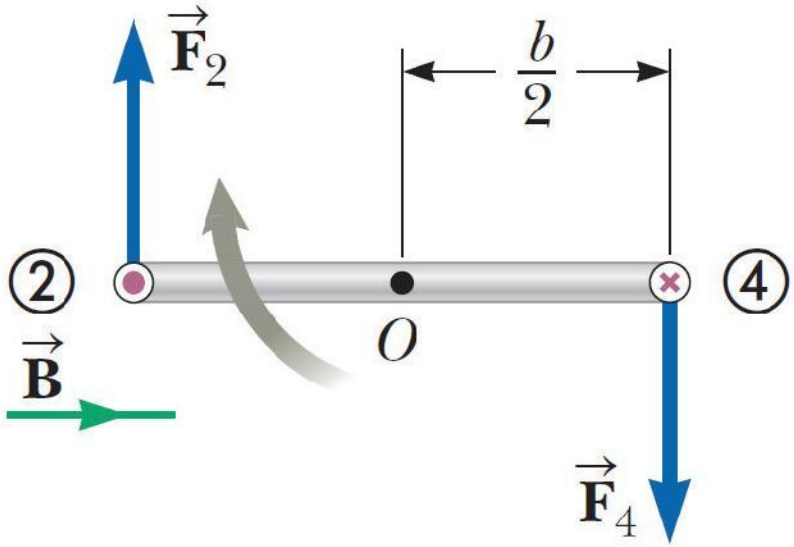
- ถ้าวางวงจรไฟฟ้าในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจะเกิดทอร์กกระทำต่อวงจรซึ่งทำให้เกิดการหมุน
- *ในกรณีของวงจรกระแสรูปสี่เหลี่ยมที่วางในสนามแม่เหล็กดังรูป จะหาค่าทอร์กได้ดังนี้*



- เนื่องจากด้าน (1) และ(3) ของวงจร ขนานกับสนามแม่เหล็กจะไม่เกิดแรงแม่เหล็กกระทำต่อด้านดังกล่าว $\left(\because\ \boldsymbol{F} = \boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B} = LB\sin 0^{\circ} = 0\right)$
- *ด้าน (2) และ(4) ซึ่งขนานกับสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงคู่ควบมีค่าดังนี้*

$$F_2 = F_4 = IaB$$

ทอร์กบนวงจรปิด

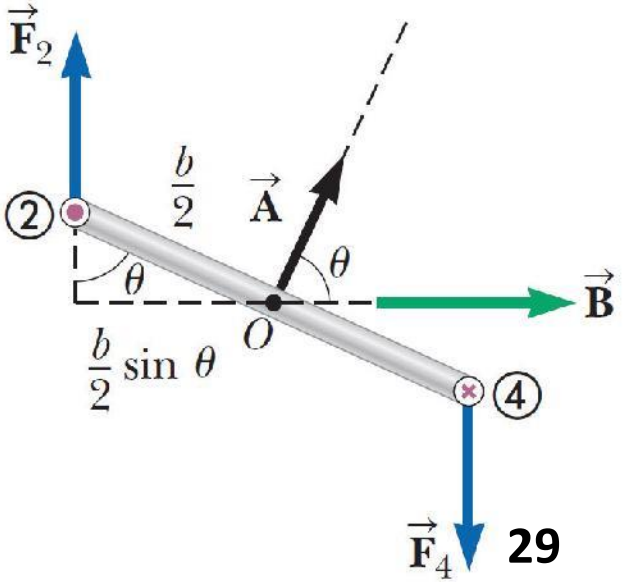


- จากรูป เนื่องจากแรง F_2 และ F_4 มีทิศทางตรงกันข้ามและไม่อยู่ในแนวเดียวกัน จึงทำให้เกิดทอร์ก ซึ่งทำให้เกิดการหมุนรอบจุด O
- *ค่าสูงสุดของทอร์กที่กระทำต่อวงจรคือ*

$$\tau_{\max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB)\frac{b}{2} + (IaB)\frac{b}{2} = IabB$$

นั่นคือ $\boxed{\tau_{\max} = IAB}$

เมื่อ $A = ab$ กรณีมุม θ ใด ๆ จะได้



$$\tau = IAB\sin\theta \quad \text{หรือ} \quad \vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$

โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก

- โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก (magnetic dipole moment) คือผลคูณระหว่าง I กับ A หรือ (หน่วยเป็น A–m^2)

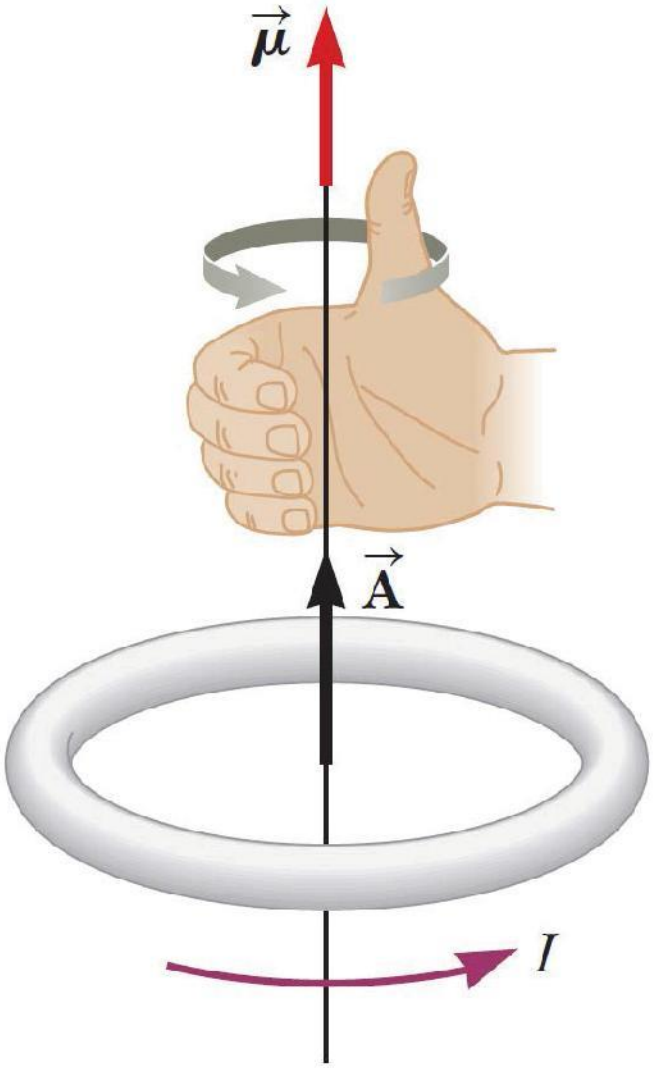
$$\vec{\mu} \equiv I\vec{\mathbf{A}}$$

- *ถ้าเขียนสมการของทอร์กในรูปของโมเมนต์ควบคู่แม่เหล็กจะได้*

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{\mathbf{B}}$$

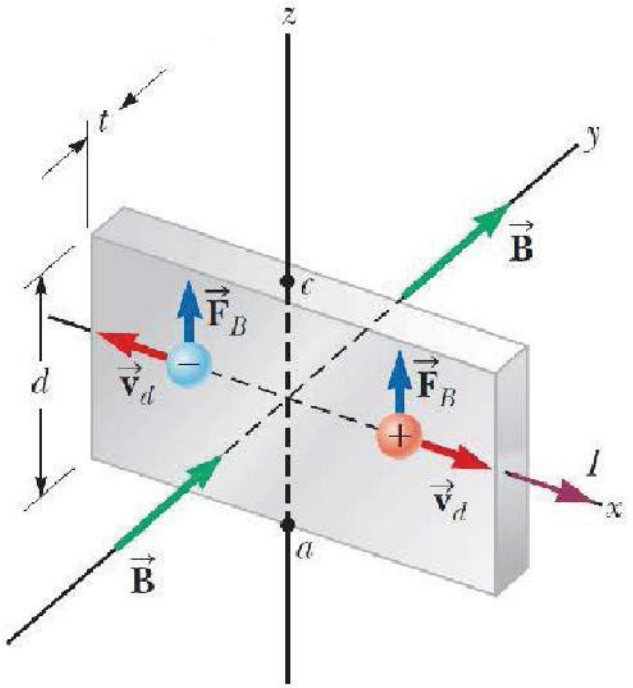
พลังงานศักย์ของไดโพลแม่เหล็กที่วางตัวในสนามแม่เหล็กจะอยู่ในรูป

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{\mathbf{B}}$$

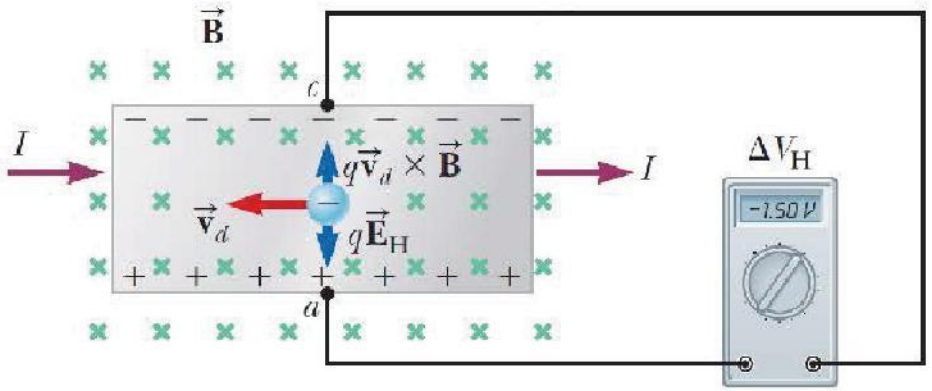


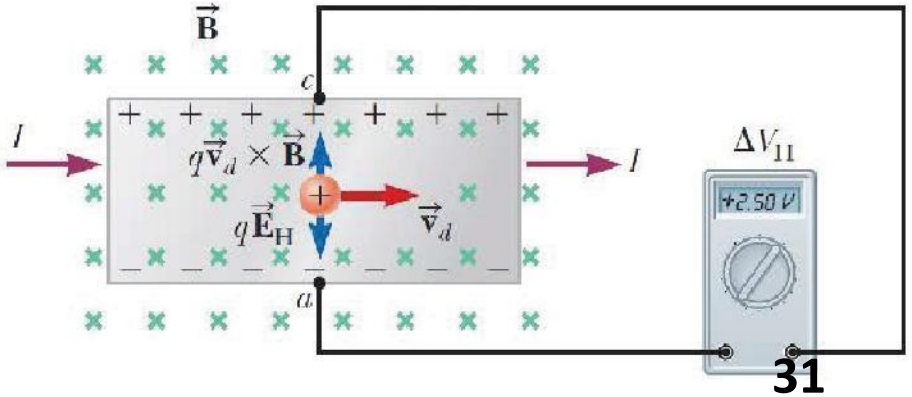
ปรากฏการณ์ฮอลล์

- เราสามารถสังเกตปรากฏการณ์ฮอลล์ได้โดยการให้สนามแม่เหล็กกับลวดนำกระแสดังรูป



- *ความต่างศักย์ของฮอลล์จะเกิดขึ้นระหว่างจุด a และ c ซึ่งสามารถวัดค่าได้โดยใช้โวลต์มิเตอร์ดังรูป (ขอบบนจะเป็นประจุลบถ้าพาหะประจุเป็นลบ และขอบบนจะเป็นประจุบวกถ้าพาหะประจุเป็นบวก)*

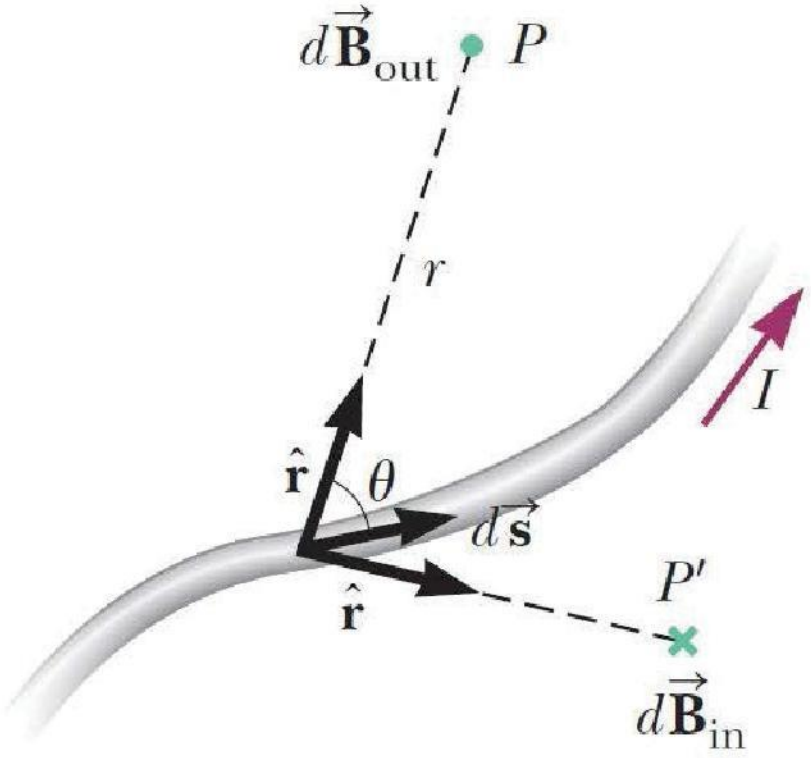




กฎของบิโอต์–ซาวารต์ (Biot–Savart Law)

- บิโอต์ และ ซาวารต์ ได้ทำการทดลองในเรื่องเกี่ยวกับแรงที่เกิดจากลวดนำกระแสกระทำต่อแท่งแม่เหล็ก
- *พวกเขาพบว่าลวดตัวนำที่มีกระแส I ไหลผ่านดังรูปจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก ณ จุด P ตามสมการ*

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



โดยที่

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$$

คือค่าสภาพให้ซึมผ่านได้ของสุญญากาศ
(Permeability of a free space)

$d\vec{\mathbf{s}}$ *คือชิ้นกระแสขนาดเล็ก ๆ ในลวดนำกระแส*

- เราสามารถหาสนามแม่เหล็กรวมได้โดยการอินทิเกรตสมการของ $d\vec{\mathbf{B}}$ ให้ครอบคลุมตลอดทุกส่วนของลวดนำกระแสซึ่งจะได้

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

หรือในรูปของขนาด

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{|\mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}|}{r^2}$$

- *กฎนี้สามารถใช้ได้กับกระแสของประจุที่เคลื่อนที่ผ่านปริภูมิ เช่นการเคลื่อนที่ของลำอิเล็กตรอนในเครื่องรับโทรทัศน์*

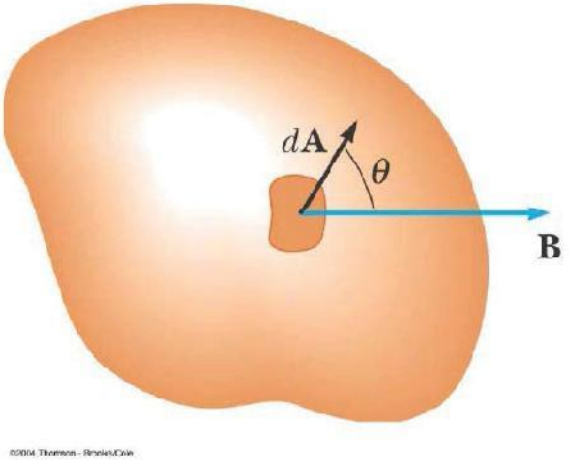
ฟลักซ์แม่เหล็ก

- ฟลักซ์แม่เหล็ก (magnetic flux) เป็นปริมาณที่แปรผันกับสนามแม่เหล็กซึ่งมีคำจำกัดความคล้ายกับฟลักซ์ไฟฟ้า

- *ถ้า dA ซึ่งเป็นชิ้นเล็ก ๆ ของพื้นผิวใด ๆ ที่มีสนามแม่เหล็กเป็น B ดังรูป ฟลักซ์แม่เหล็กใน dA จะมีค่าเป็น*

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

เมื่อ $\mathrm{d}\vec{A}$ คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับพื้นผิวเล็ก ๆ $\mathrm{d}A$ *ฟลักซ์แม่เหล็กจะมีหน่วยเป็น เวเบอร์ (Wb)*



ในกรณีผิวปิด ฟลักซ์แม่เหล็กสุทธิจะมีค่าเป็น

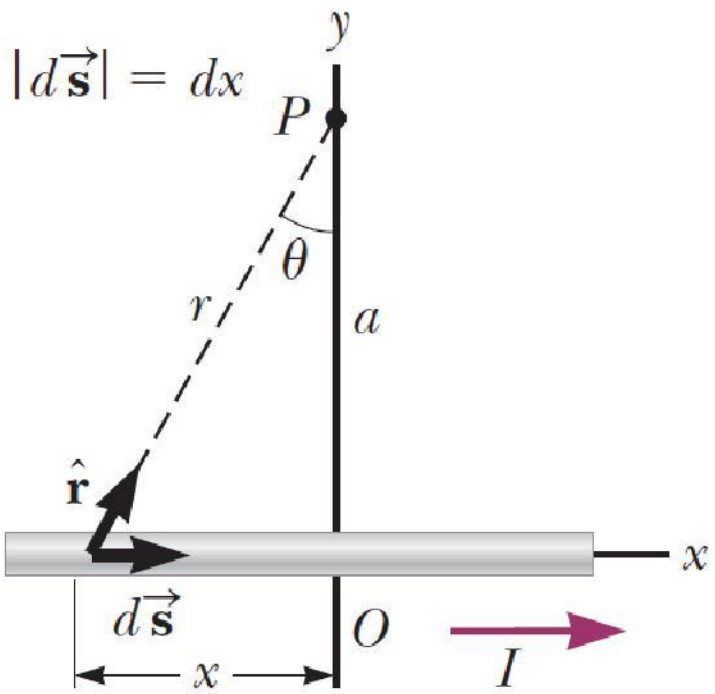
$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$$

สมการนี้แสดงให้เห็นว่าฟลักซ์แม่เหล็กสุทธิของผิวปิดใด ๆจะมีค่าเป็นศูนย์

สนามแม่เหล็กจากลวดนำกระแสยาวและตรง

- ถ้าลวดตัวนำยาวและตรงมีกระแสไหลผ่านดังรูปเราจะหาสนามแม่เหล็กที่จุด P โดยใช้กฎของบิโอต์-ซาวาร์ตได้ดังนี้

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{|\mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}|}{r^2}$$



เนื่องจาก $|\mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}| = \mathrm{d}x \sin\theta$

ดังนั้นเมื่ออินทิเกรตสมการของ B ตลอดความยาวของตัวนำจะได้

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

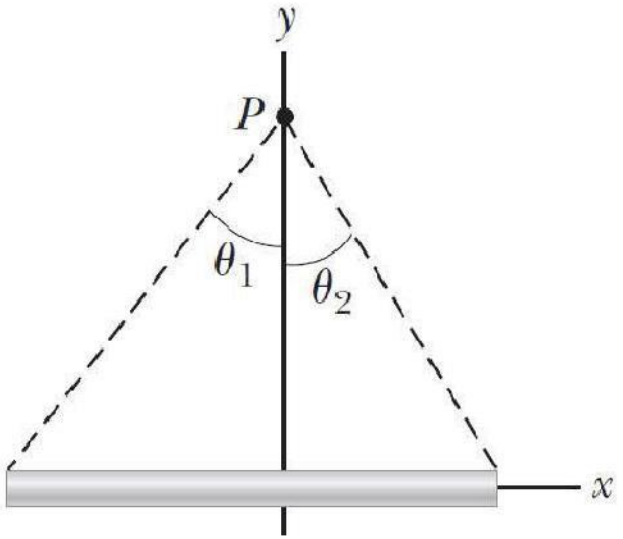
สนามแม่เหล็กจากลวดตัวนำยาวและตรง (ต่อ)

- ถ้าลวดตัวนำมีความยาวอนันต์จะได้

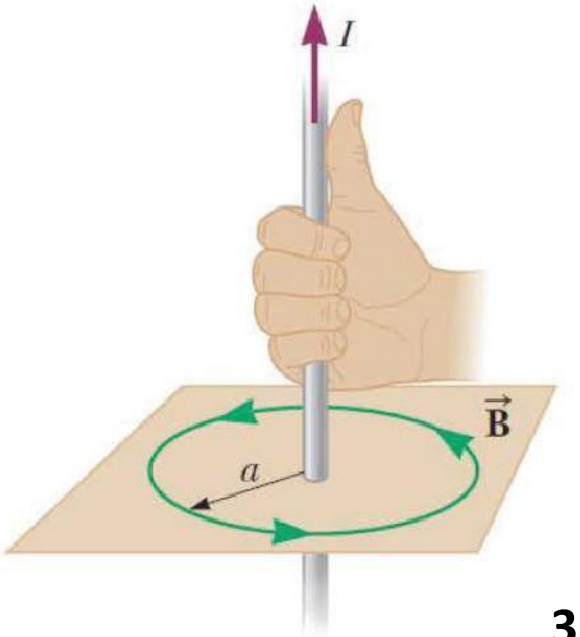
$$\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = \pi$$

จะได้

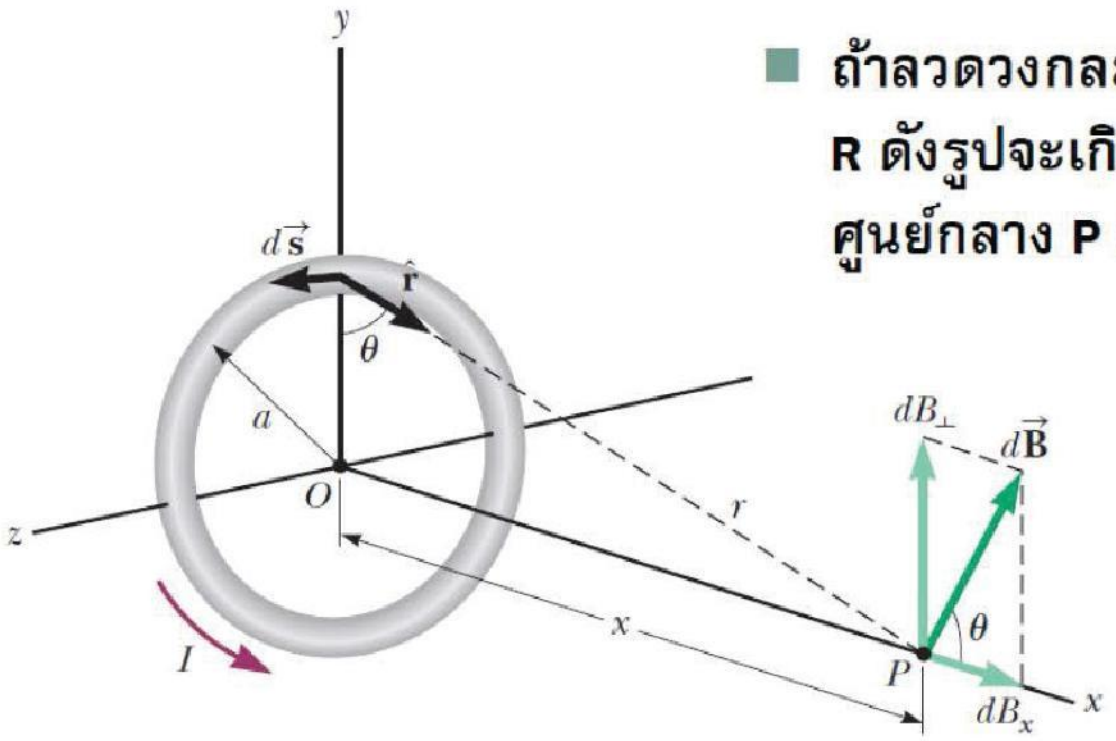
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



- เส้นสนามแม่เหล็กจะเป็นวงกลมล้อมรอบตัวนำตามกฎมือขวาโดยทุกจุดบนวงกลมจะมีขนาดของสนามแม่เหล็กเท่ากัน



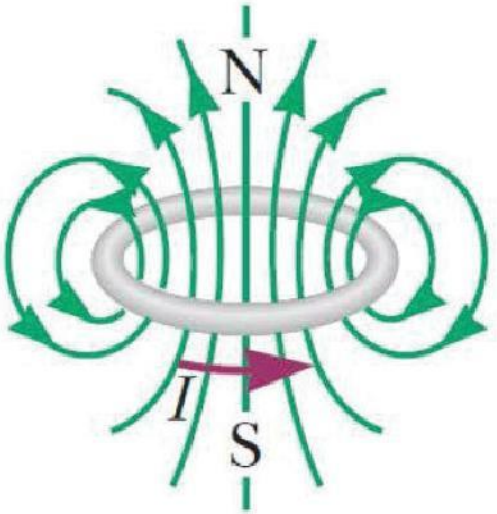
สนามแม่เหล็กจากลวดวงกลมนำกระแส



- ถ้าลวดวงกลมนำกระแส I มีรัศมี R ดังรูปจะเกิดสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลาง P มีค่าเป็น

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

- *รูปร่างของสนาม*



ตัวอย่าง

ลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง a ยาว b ถูกนำมาวางไว้ที่ระยะทาง c จากลวดตัวนำยาวมากที่มีกระแส I โดยด้านยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนานกับลวดนำกระแสดังที่รูป จงหาฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่ผ่านสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้

วิธีทำ

เนื่องจากสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดตัวนำตรงมีค่าเท่ากับ $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

จะได้

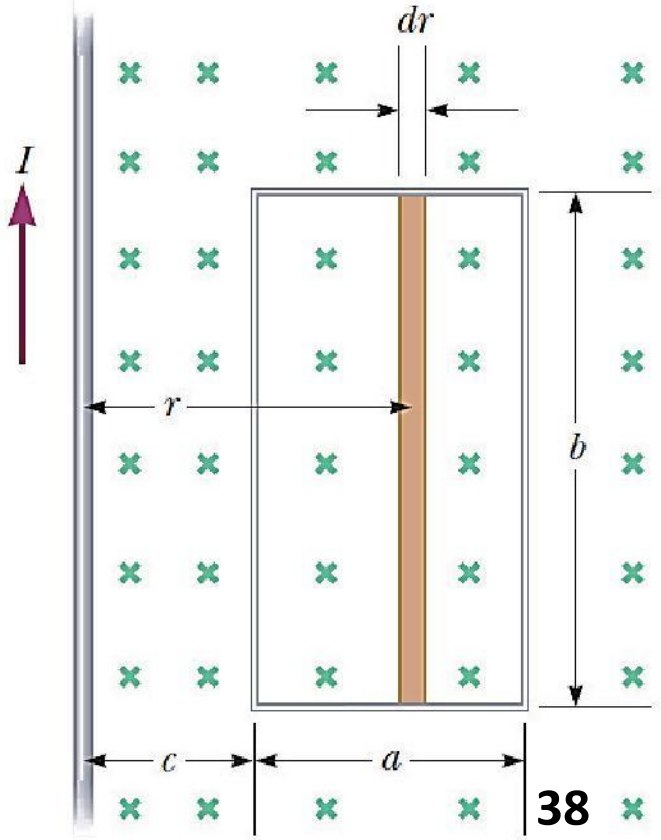
$$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int B\, dA = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, dA$$

$\because \quad dA = b\,dr$ จะได้

$$\Phi_B = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, b\, dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int \frac{dr}{r}$$

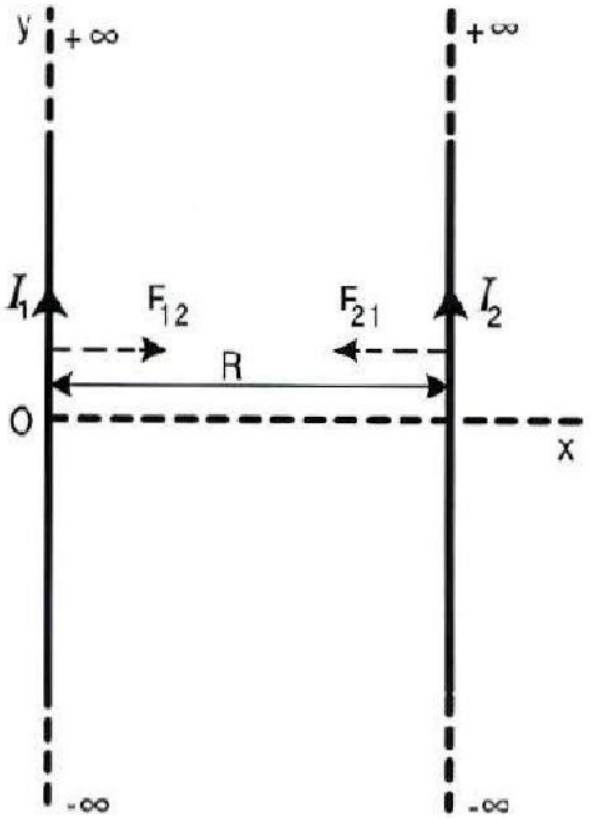
$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_c^{a+c} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln r \Big|_c^{a+c}$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{a+c}{c}\right) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{c}\right)$$



ตัวอย่าง 4.4

ลวดนำกระแสความยาวอนันต์สองเส้นมีเส้นมีกระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 อยู่ในระนาบ x–y ขนานกันและขนานกับแกน y ระยะห่างกันเท่ากับ R ดังรูป จงหาแรงแม่เหล็กระหว่างลวดนำกระแสสองเส้นนี้



ตัวอย่าง 4.5

จงหาค่าของสนามแม่เหล็กที่จุด 100 cm ห่างจากตัวนำยาวที่มีกระแสไฟฟ้าไหล 1 A

ตัวอย่าง 4.6

ตัวนำเล็ก ๆ แต่ยาวมากอันหนึ่งมีกระแสไหล 10 A ระยะทางเท่าใดจากตัวนำจึงจะเกิดสนามแม่เหล็กลัพธ์ขนาด 10^{-4} T

กฎของแอมแปร์

- กฎของแอมแปร์ (Ampere's law) เป็นกฎที่ใช้หาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดนำกระแสเช่นกัน
- *กฎของแอมแปร์กล่าวว่า "ค่าปริพันธ์เชิงเส้น (line integral) ของ $\boldsymbol{B}\cdot ds$ รอบวงปิดแอมแปร์ (Amperean loop) จะมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างค่าสภาพให้ซึมผ่านได้กับกระแสที่ล้อมรอบด้วยวงปิด"*
- สมการทางคณิตศาสตร์ของกฎของแอมแปร์ คือ

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I$$

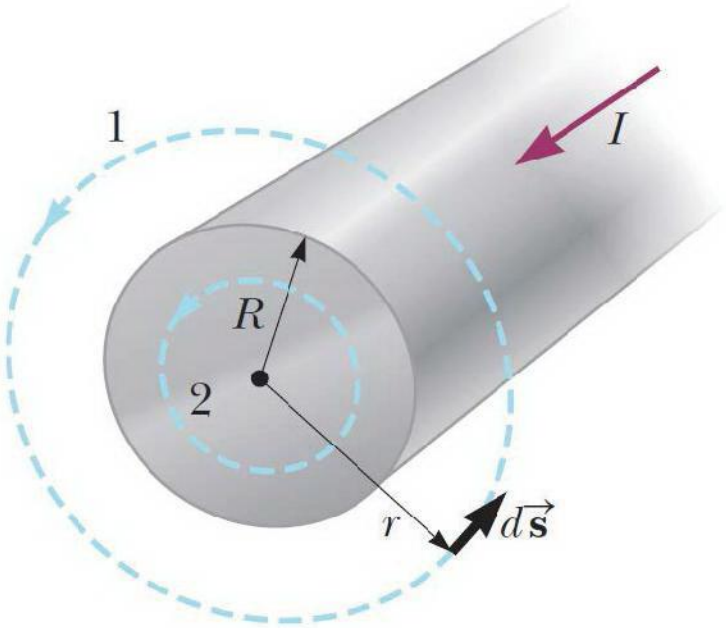
Leonard de Selva/CORBIS

Andre-Marie Ampère
French Physicist (1775–1836)

- ทิศของสนามแม่เหล็กจะเป็นไปตามกฎมือขวา ถ้าชี้นิ้วหัวแม่มือไปตามทิศของกระแสที่ไหลในตัวนำ นิ้วทั้ง 4 ที่กำรอบจะอยู่ในทิศของสนามแม่เหล็ก

สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสตรงและยาว

- ถ้าลวดนำกระแส I ดังรูปมีรัศมี R สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้น ณ จุดภายนอกตัวนำ ($r > R$) จะหาค่าได้โดยการประยุกต์กฎของแอมแปร์ภายในวงปิดแอมแปร์



$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I$$

เนื่องจากว่า $\vec{\mathbf{B}} \parallel d\vec{\mathbf{s}}$ ในทุกจุด จะได้

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

ดังนั้น $$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{for } r \geq R)$$

สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสตรงและยาว (ต่อ)

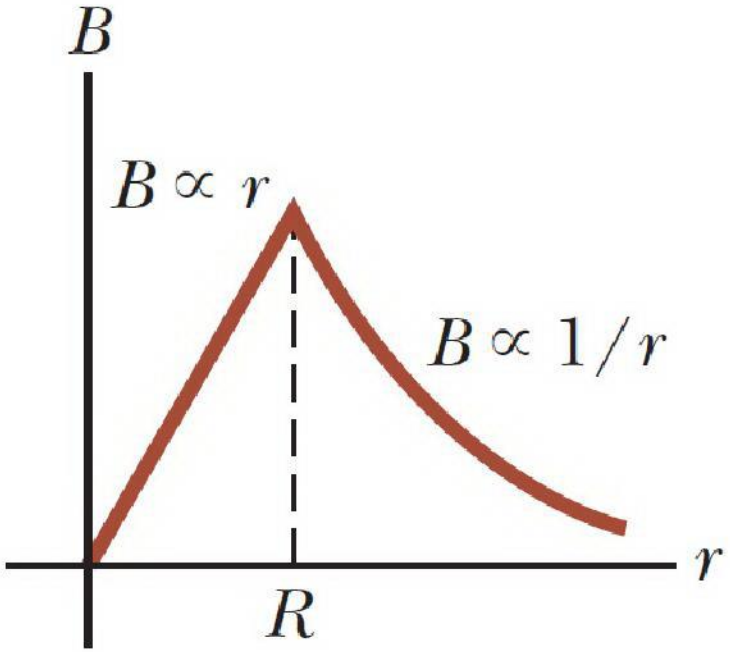
- ณ จุดภายในลวดตัวนำ (r < R) เราจะได้

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B(2\pi r) = \mu_0 I'$$

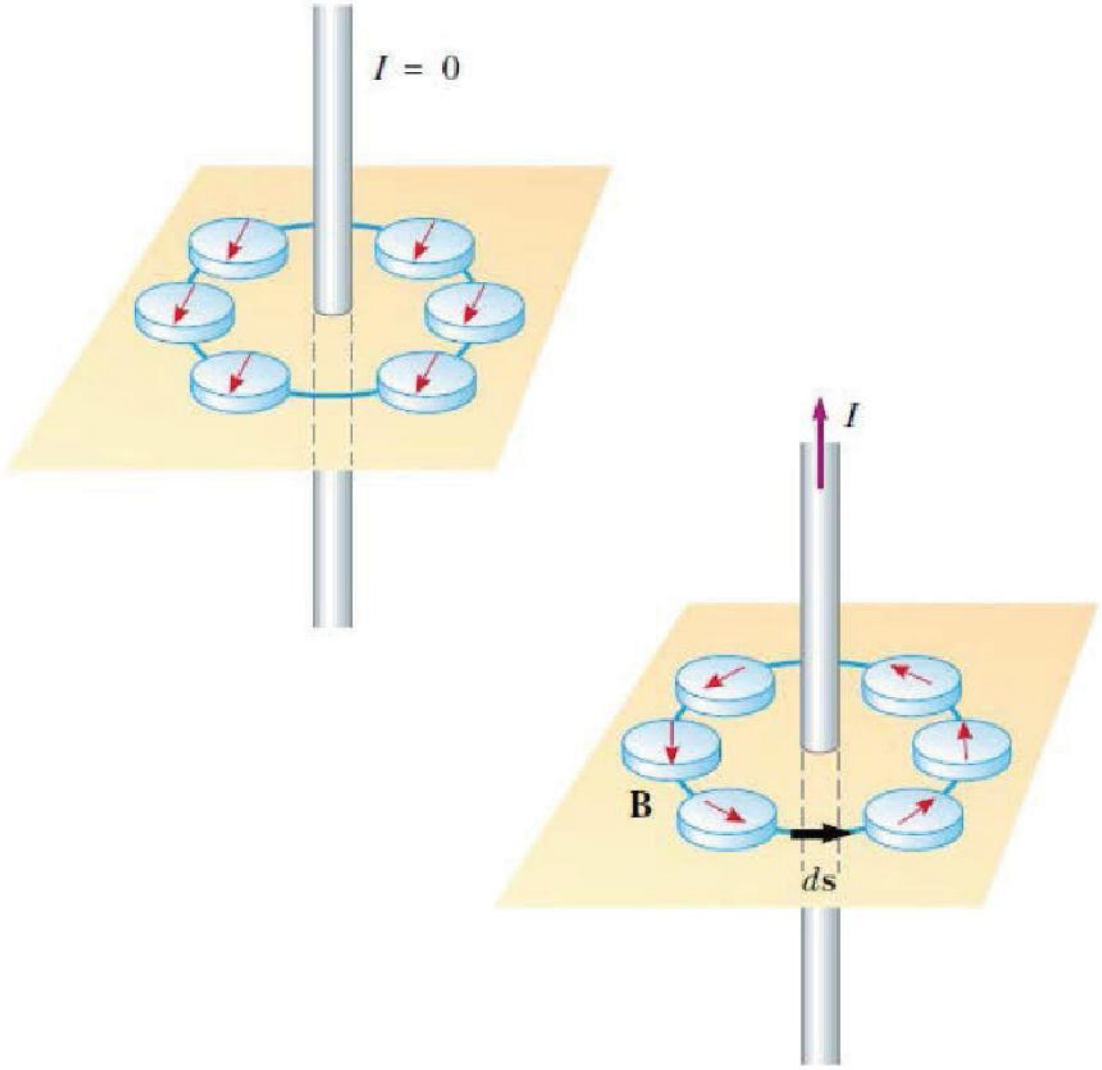
โดยที่ $I' = \dfrac{r^2}{R^2} I$ ดังนั้นจะได้

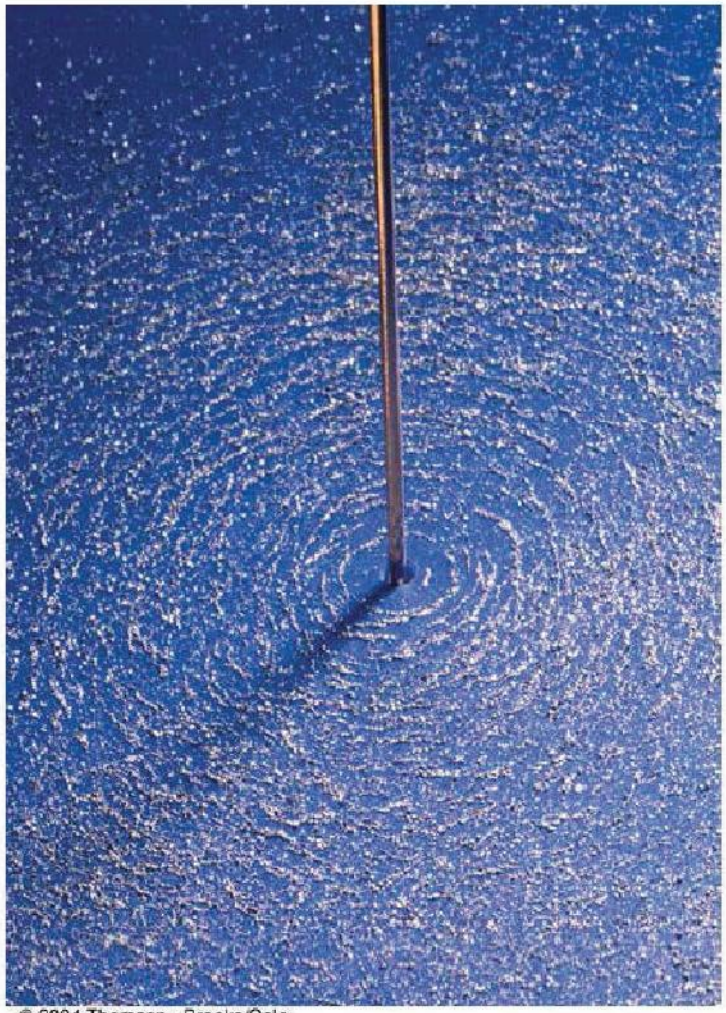
$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r \quad (\text{for } r < R)$$

- สนามแม่เหล็กภายในและภายนอกลวดตัวนำจะมีลักษณะดังรูป



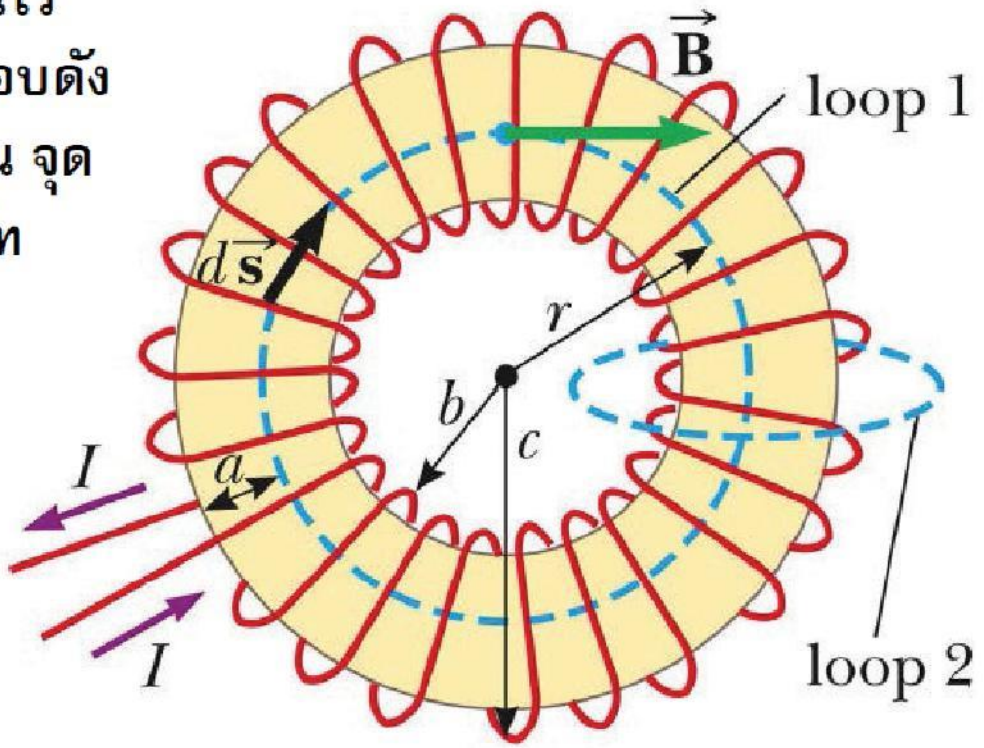
สนามแม่เหล็กรอบ ๆสายไฟ





สนามแม่เหล็กของโทรอยด์ (toroid)

- ถ้าขดลวดโทรอยด์(toroid)พันไว้ด้วยลวดนำไฟฟ้าจำนวน N รอบดังรูป เราจะหาสนามแม่เหล็ก ณ จุดซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางของโทรอยด์เป็นระยะ r ได้ดังนี้



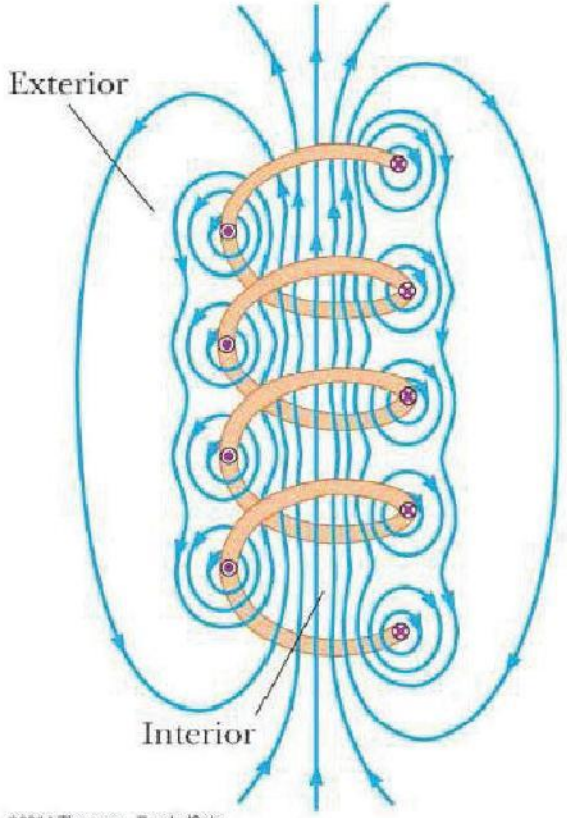
โดยการประยุกต์ใช้กฎของแอมแปร์จะได้

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

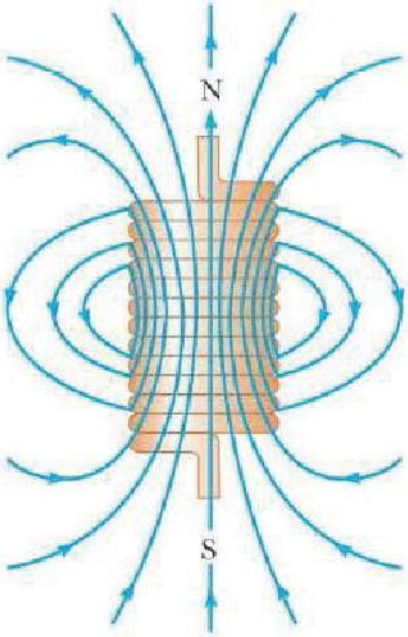
สนามแม่เหล็กในโซลินอยด์ (solenoid)

- โซลินอยด์(solenoid)เป็นขดลวดนำกระแสซึ่งวนเป็นรูปเฮลิก (helix) ดังรูป



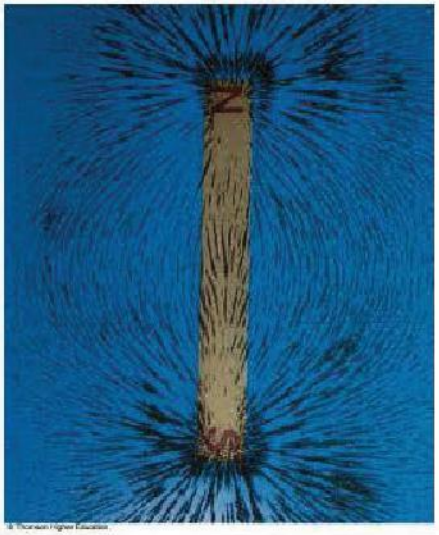
©2004 Thomson - Brooks/Cole

- *สนามแม่เหล็กขนาดสม่ำเสมอจะเกิดขึ้นภายในโซลินอยด์ในลักษณะเช่นเดียวกับสนามแม่เหล็กภายในแท่งแม่เหล็ก ดังรูป*



(a)

©2004 Thomson - Brooks/Cole



สนามแม่เหล็กในโซลินอยด์ (solenoid) (ต่อ)

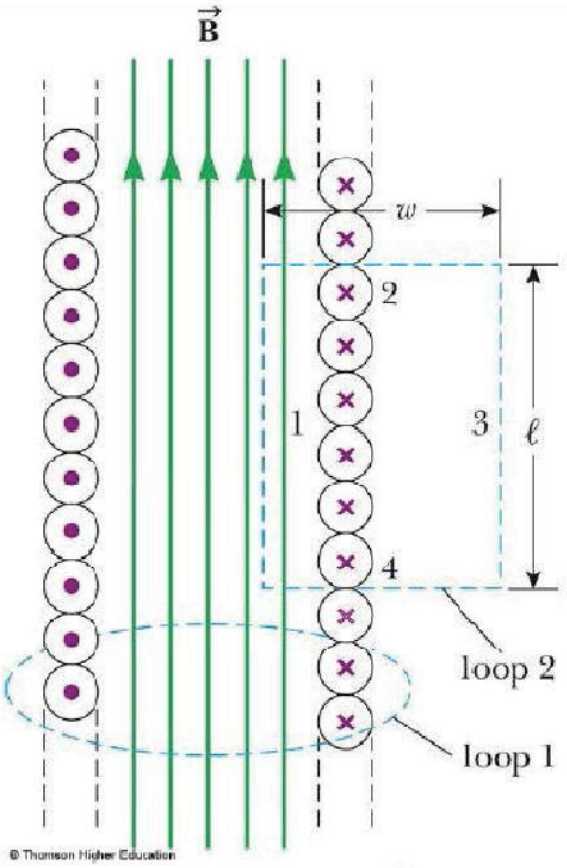
- เราสามารถหาค่าของสนามแม่เหล็กโซลินอยด์โดยเขียนวงปิดแอมแปร์รูปสี่เหลี่ยมยาว l กว้าง w ล้อมกระแสในขดลวดดังรูป
- *เมื่อประยุกต์กฎของแอมแปร์กับวงปิดดังกล่าวจะได้*

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_{\text{path 1}} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B \int_{\text{path 1}} ds = B\ell$$

- ถ้าภายในวงปิดมีขดลวด N รอบ และแต่ละรอบมีกระแส I จะได้

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B\ell = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 nI$$



เมื่อ $n = N / \ell$ คือจำนวนรอบของขดลวดต่อหนึ่งหน่วยความยาว

ความเข้มสนามแม่เหล็กและแมกนิไตเซชัน

- เนื่องจากสสารประกอบด้วยอะตอมซึ่งมีอิเล็กตรอนเคลื่อนที่รอบอะตอม จึงทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าอะตอม (atomic current)
- *ดังนั้นในตัวนำจึงมีกระแสไฟฟ้า 2 ชนิดคือ กระแสเนื่องจากการเคลื่อนที่ของประจุอิสระ และกระแสเนื่องจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในอะตอม*
- กระแสทั้ง 2 ชนิดนี้จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กทั้งคู่ โดยกระแสไฟฟ้าอะตอมจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กเนื่องจากแมกนิไตเซชัน

$$\boldsymbol{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \sum \frac{\boldsymbol{\mu}_i}{\Delta V} = \frac{d\,\boldsymbol{\mu}_i}{dV}$$

- *จะเห็นได้ว่าเวกเตอร์แมกนิไตเซชันก็คือโมเมนต์แม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตร*

ความเข้มสนามแม่เหล็ก

- การเกิดแมกนิไตเซชันจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กมีค่าเป็น

$$\boldsymbol{B}_m = \mu_0 \boldsymbol{M}$$

- ดังนั้นถ้าวางสารในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจากภายนอกจะเกิดสนามแม่เหล็กรวมมีค่าเป็น

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \mu_0 \boldsymbol{M}$$

- ถ้าให้ความเข้มสนามแม่เหล็กคือ $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{B}_0 / \mu_0$ จะได้สนามแม่เหล็กรวม

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \left(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} \right)$$

- หน่วยของ H และ M คือ A/m

ความสัมพันธ์ของค่าสภาพรับไว้ได้และสภาพให้ซึมได้

- ค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก (magnetic susceptibility) เป็นปริมาณที่บอกให้ทราบว่าสสารจะสามารถทำให้เป็นแม่เหล็กได้ดีแค่ไหน
- ค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก χ จะสัมพันธ์กับ H และ M ดังนี้

$$\boldsymbol{M} = \chi \boldsymbol{H}$$

- ดังนั้นเราจะเขียนได้ว่า

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 (\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}) = \mu_0 (1 + \chi) \boldsymbol{H} = \mu_m \boldsymbol{H}$$

- เราเรียก μ_m ว่าค่าสภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กซึ่งมีค่าเป็น

$$\mu_m = \mu_0 (1 + \chi)$$

ตารางค่ารับไว้ได้ทางแม่เหล็กของสารชนิดต่าง ๆ

Table 30.2

Magnetic Susceptibilities of Some Paramagnetic and Diamagnetic Substances at 300 K

Paramagnetic Substance	χ	Diamagnetic Substance	χ
Aluminum	2.3×10^{-5}	Bismuth	-1.66×10^{-5}
Calcium	1.9×10^{-5}	Copper	-9.8×10^{-6}
Chromium	2.7×10^{-4}	Diamond	-2.2×10^{-5}
Lithium	2.1×10^{-5}	Gold	-3.6×10^{-5}
Magnesium	1.2×10^{-5}	Lead	-1.7×10^{-5}
Niobium	2.6×10^{-4}	Mercury	-2.9×10^{-5}
Oxygen	2.1×10^{-6}	Nitrogen	-5.0×10^{-9}
Platinum	2.9×10^{-4}	Silver	-2.6×10^{-5}
Tungsten	6.8×10^{-5}	Silicon	-4.2×10^{-6}

การแบ่งชนิดของสารแม่เหล็ก

- เราอาจแบ่งชนิดของสารแม่เหล็กได้โดยการเปรียบเทียบค่าสภาพให้ซึมได้ของสารกับค่าสภาพให้ซึมได้ของสุญญากาศ (μ_o)

- *สารพาราแมกเนติก* (**Paramagnetic**) : $\mu_m > \mu_o$

  (เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกดูดอย่างอ่อน เช่น อะลูมิเนียม พลาตินัม)

- สารไดอะแมกเนติก (**Diamagnetic**) : $\mu_m < \mu_o$

  (เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกผลักอย่างอ่อน เช่น ทองคำ เงิน ทองแดง

- *สารเฟอร์โรแมกเนติก* (**Ferromagnetic**) : $\mu_m >> \mu_o$

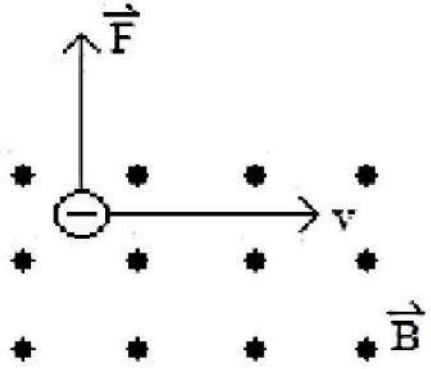
  (เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกดูดอย่างแรง เช่น เหล็ก โคบอลต์

แบบฝึกหัด 4.1

1. อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2×10^{7} m/s ตามแนวราบไปทางขวา เข้าสู่สนามแม่เหล็กขนาด 0.1 Tทิศพุ่งออกจากกระนาบกระดาษ จงหาขนาดและทิศของแรง F ที่กระทำต่ออิเล็กตรอน

($F=3.2\times10^{-13}$ N และทิศพุ่งขึ้นข้างบน ↑)

วาดรูปจะได้



$F = qvB\sin\theta$

2. ประจุ 4 C มวล 2×10^{-3} kg เคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 4 mm ด้วยความเร็ว 4 m/s ภายใต้สนามแม่เหล็ก จงหาขนาดของสนามแม่เหล็กนี้ (B = 0.5 T)

แบบฝึกหัด 4.2

1. จงคำนวณหาแรงระหว่างเส้นลวดตัวนำขนานกัน 2 เส้น แต่ละเส้นยาว 50 cm และห่างกัน 1.5 cm โดยที่กระแสไฟฟ้าในลวดแต่ละเส้นมีค่า 5 A ไหลไปทางเดียวกัน
2. สนามแม่เหล็กมีความหนาแน่นฟลักซ์ 0.08 Wb/m^2 มีทิศทางในแนวดิ่งชี้ขึ้นข้างบนตามแกน y มีลวดตรงเส้นหนึ่งยาว 6 cm อยู่ในสนามแม่เหล็กนี้และมีกระแสไฟฟ้า 10 A ไหลจากทิศไปตามแกน $-x$ แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อลวดเส้นนี้มีค่าเท่าใดและมีทิศไปทางใด
3. กล่องสี่เหลี่ยมซึ่งแต่ละด้านมีพื้นที่เท่ากันหมด เท่ากับ 0.10 ตารางเมตร วางอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด 5 เทสลา โดยที่ทิศทางของสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับระนาบของกล่องด้านใดด้านหนึ่ง ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านกล่องนี้เท่ากับเท่าใด

เอกสารอ้างอิง

(1) J. W. Jewett, Jr. and R. A. Serway, Physics for scientist and engineers with modern physics, 7th Ed., Brook/Cole, Singapore, 2008.

(2) R. A. Serway, Physics for scientist and engineers with modern physics, 5th Ed., Brook/Cole, Singapore, 2004.

(3) ฟิสิกส์ 2: Course Comprehensive Text, สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี, 2549

(4) รศ.ดร.สันติ แม้นศิริ, เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ฟิสิกส์ 2, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี