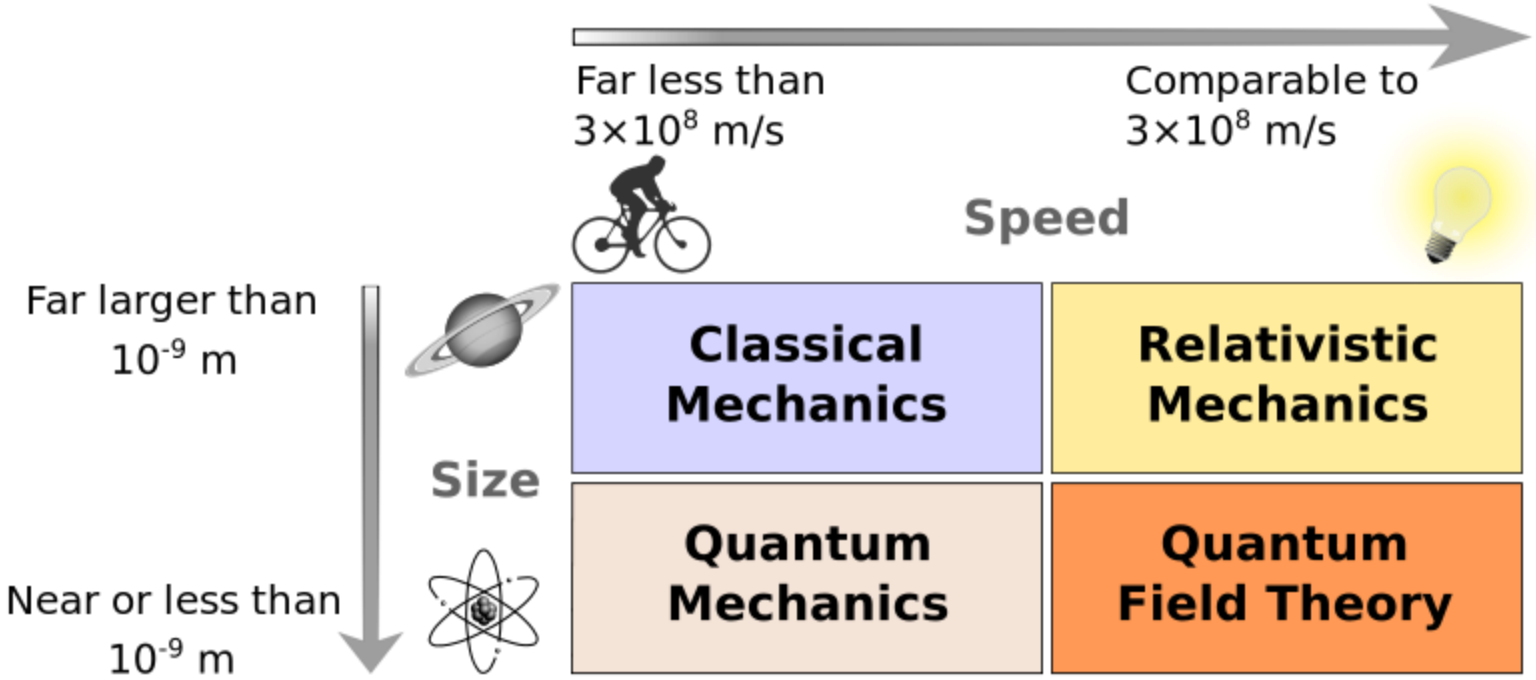
ทฤษฎีสัมพัทธภาพ

อ. อาจารีย์ ทองอ่อน

ทฤษฎีสัมพัทธภาพ

- หลักสัมพัทธภาพของนิวตัน
- ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษของไอน์สไตน์
- ผลของสัมพัทธภาพพิเศษ
  - การยืดของเวลา
  - การหดของความยาว
- มวลสัมพัทธ
- พลังงานและโมเมนตัม

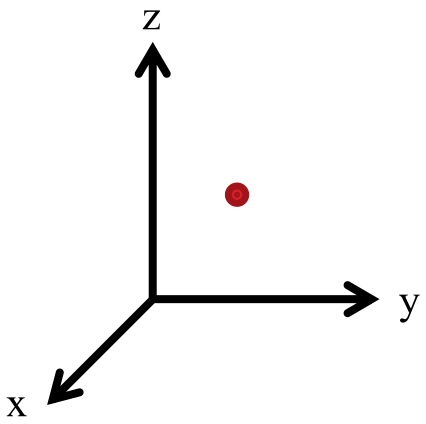
ทฤษฎีสัมพัทธภาพ



หลักสัมพัทธภาพของนิวตัน

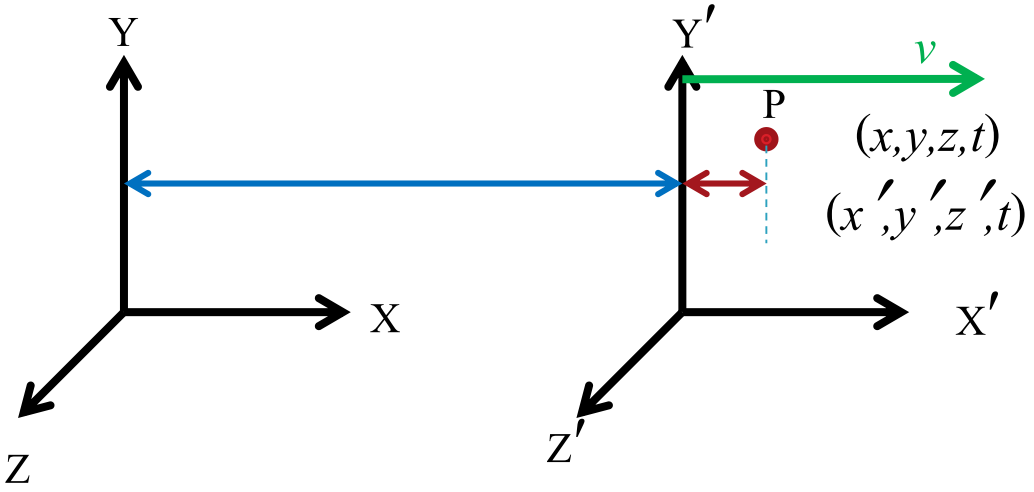
- ประกอบไปด้วย
  - กฎของกลศาสตร์จะต้องเหมือนกันในทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย
  - เหตุการณ์ทางฟิสิกส์เกิดขึ้นในกรอบเฉื่อย
  - เวลาจะเท่ากันในทุกๆ กรอบเฉื่อย

กรอบอ้างอิง



แกนโคออร์ดิเนตหรือกรอบอ้างอิงที่มีความเร่งเป็นศูนย์อย่างแท้จริงมีชื่อเรียกว่า “**<u>กรอบเฉื่อย</u>**” เพราะฉะนั้นแกนโคออร์ดิเนตอื่นๆ ที่มีความเร็วสัมพัทธ์คงที่เมื่อเทียบกับกรอบเฉื่อยย่อมเป็นกรอบเฉื่อยด้วย

กรอบอ้างอิง



$x' = x - vt$ หรือ $x = x' + vt$

$y' = y$ $y = y'$

$z' = z$ $z = z'$

$t' = t$ $t = t'$

สมการข้างต้นเรียกว่าสมการการแปลงโคออร์ดิเนตแบบกาลิเลโอ

การหาความเร็ว

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v \qquad u'_x = u_x - v$$

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} \qquad u'_y = u_y$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \qquad u'_z = u_z$$

- อย่างไรก็ตาม สัมพัทธภาพแบบกาลิเลโอนี้จะใช้ได้กับวัตถุที่เคลื่อนที่ช้ากว่าแสงมากๆ (v<<c) เท่านั้น
- สำหรับวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วใกล้อัตราเร็วแสง การเขียนสมการเกี่ยวกับการเคลื่อนที่จำเป็นต้องอาศัยทฤษฎีสัมพัทธภาพของไอน์สไตน์ และใช้การแปลงแบบลอเรนซ์

สัมพัทธภาพพิเศษ

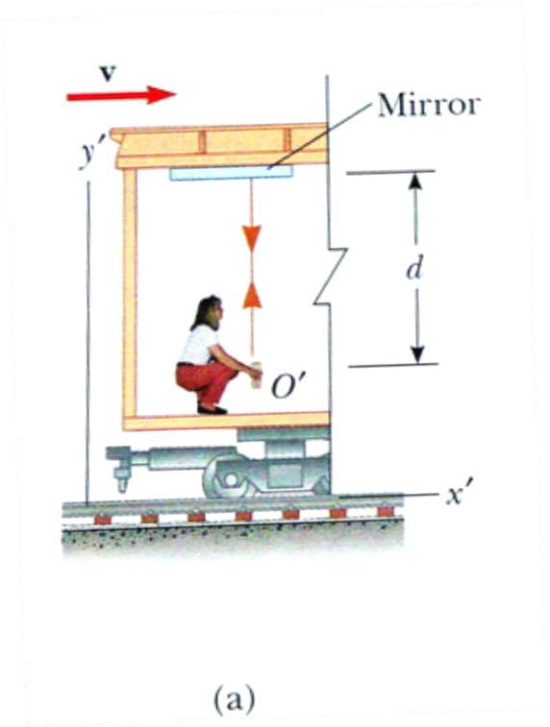
ประกอบไปด้วย

- ในกรอบเฉื่อยทุกกรอบกฎเกณฑ์หรือสมการทางฟิสิกส์จะมีรูปเดียวกันเสมอ
- อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับการเคลื่อนที่ของแหล่งกำเนิดแสงหรือผู้สังเกต

ผลจากทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

- การยืดออกของเวลา (Time dilation)
- การหดของความยาว (Length Contraction)

การยืดออกของเวลา

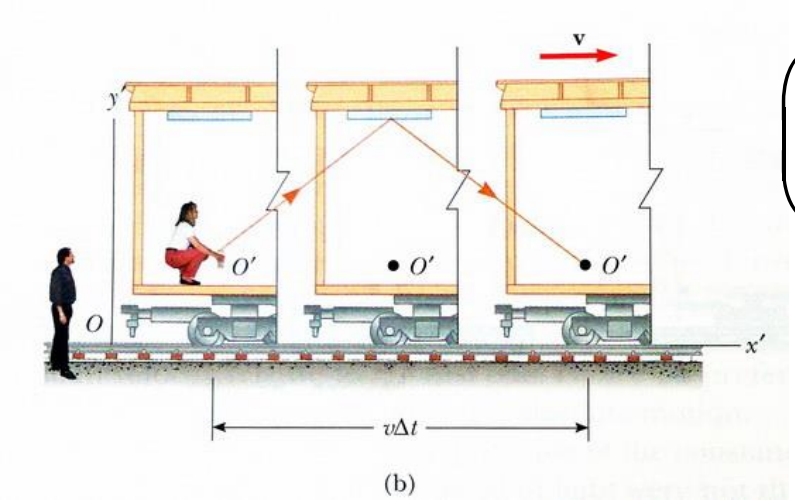


(a)

$$\Delta t_a = \frac{2d}{c}$$

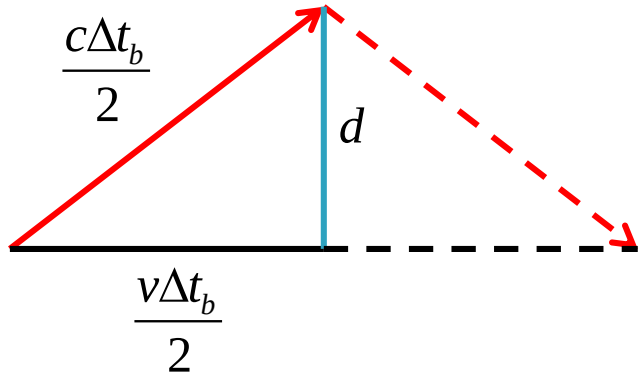
เมื่อ c คือ ความเร็วแสง

การยืดออกของเวลา



$$\left(\frac{c\Delta t_b}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t_b}{2}\right)^2 + d^2$$

$$\Delta t_b = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2d}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

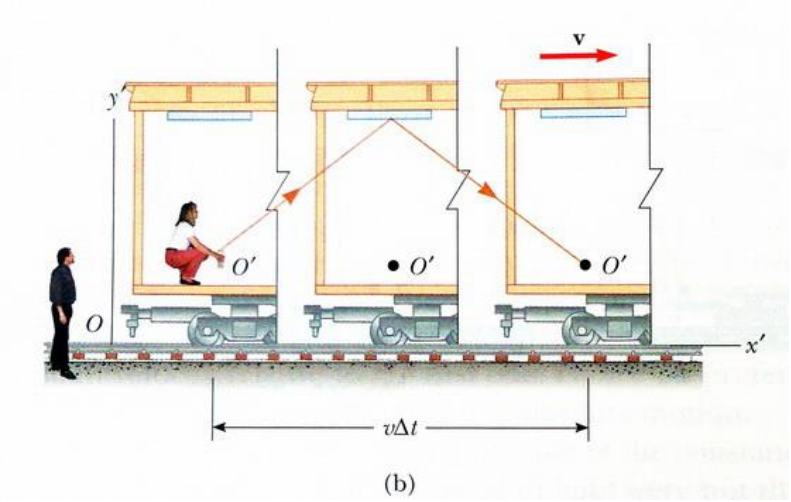


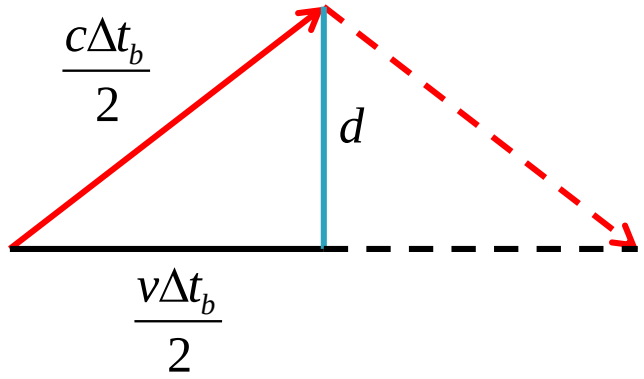
จาก $\Delta t_a = \dfrac{2d}{c}$

$$\therefore \Delta t_b = \frac{\Delta t_a}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_a$$

เมื่อ $\gamma = \left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$

การยืดออกของเวลา





$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

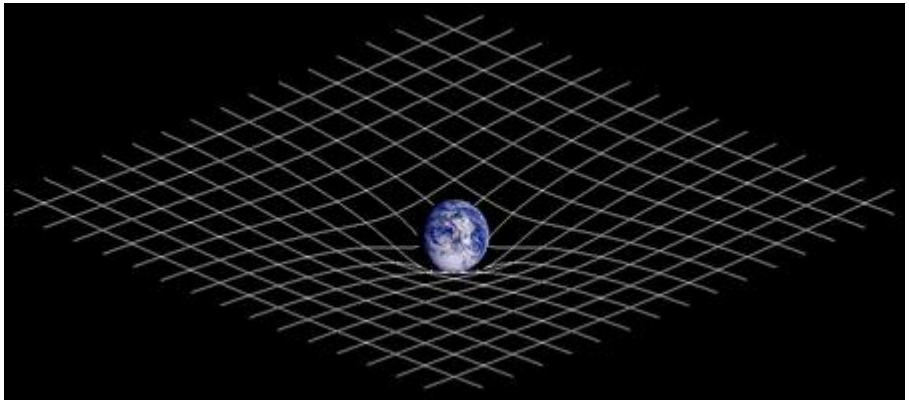
$$\gamma \geq 1$$

$$\Delta t_b = \gamma \Delta t_a$$

$$\therefore \Delta t_b \geq \Delta t_a$$

การยืดออกของเวลา (เสริม)

นอกจากการยืดของเวลาจะขึ้นกับความเร็วแล้ว พบว่าความหนาแน่นก็มีผลกับการยืดของเวลาด้วย

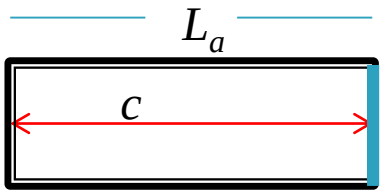


* หนังแนะนำสำหรับเรื่องนี้ : Interstella

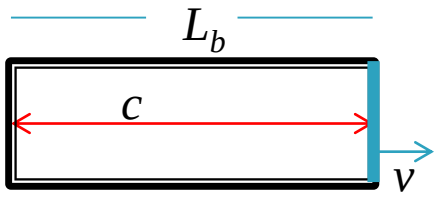
ตัวอย่างโจทย์การยืดออกของเวลา

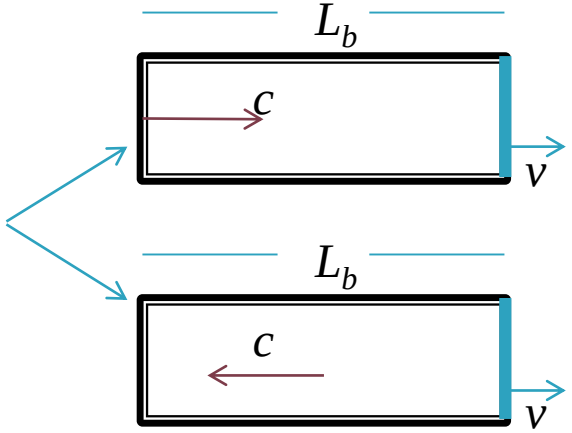
Ex 1 อนุภาคมิวออนในอวกาศมีอายุเฉลี่ยก่อนจะสลายตัวประมาณ 2.2 μs ถ้าอนุภาคนี้เคลื่อนที่ด้วยอัตรเร็ว 0.998 เท่าของอัตราเร็วแสง จงหาอายุเฉลี่ย ของอนุภาคที่สังเกตได้บนพื้นโลก

การหดของความยาว



(a)





(b)

$$\Delta t_a = \frac{2L_a}{c}$$

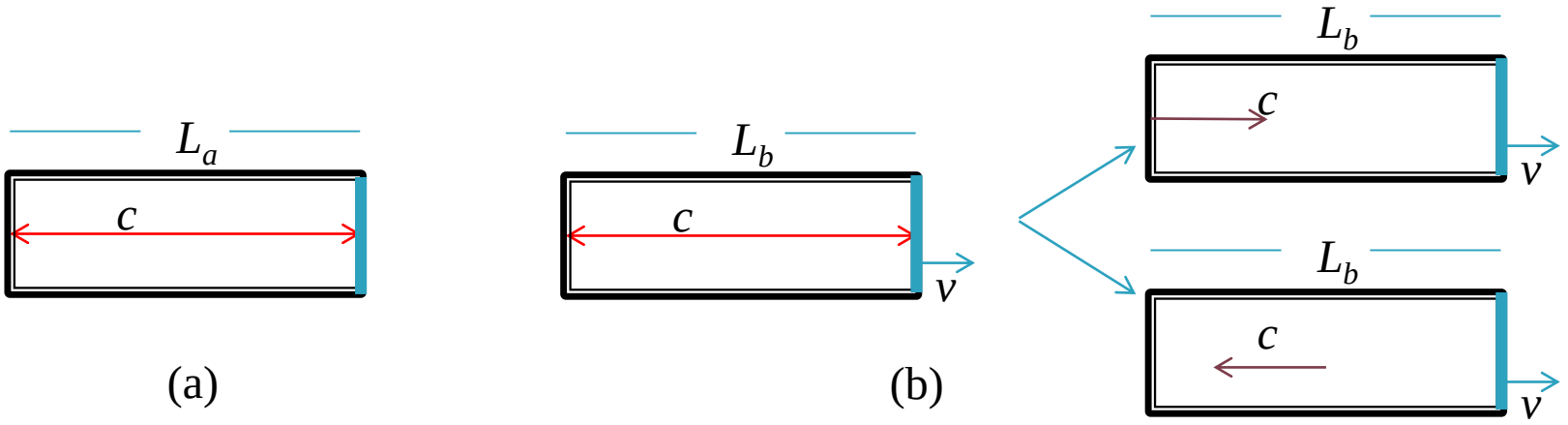
$$\Delta t_b = \frac{L_b}{c-v} + \frac{L_b}{c+v} = \frac{2}{c}\gamma^2 L_b$$

$$\Delta t_b = \gamma \Delta t_a$$

$$\frac{2}{c}\gamma^2 L_b = \gamma \frac{2L_a}{c}$$

$$\therefore L_b = \frac{L_a}{\gamma}$$

การหดของความยาว



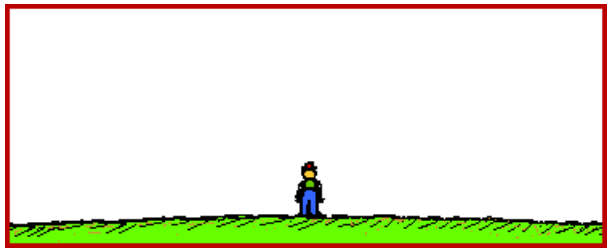
$$L_b = \frac{L_a}{\gamma} \quad \text{and} \quad \gamma \geq 1$$

$$\therefore L_b \leq L_a$$

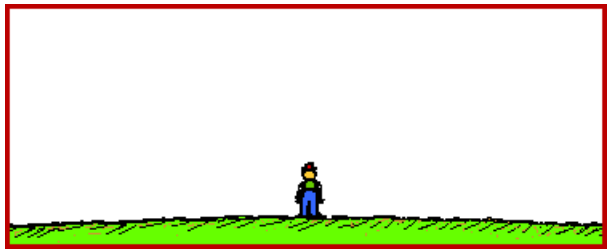
การหดของความยาว

Example

v = 10 % of c



v = 86.5 % of c

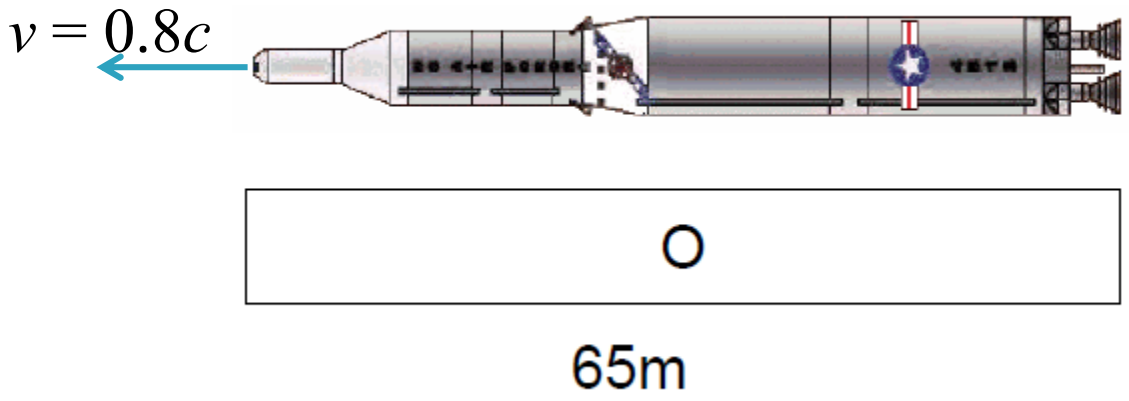


ตัวอย่างโจทย์การหดของความยาว

Ex 2 ผู้สังเกตบนแท่นยาว 65 เมตร มองเห็นเครื่องบินที่กำลังบินด้วยอัตราเร็ว 0.8c ยาวเท่ากับแทนยืนพอดี จงหา

ก) ความยาวของเครื่องบิน ขณะหยุดนิ่ง

ข) ผู้สังเกตบนเครื่องบินจะมองเห็นแท่งยาวเท่าใด



มวลสัมพัทธ

ถ้ามีมวล m_0 อยู่ในกรอบอ้างอิง s' ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไปตามแกน xx' โดยกรอบอ้างอิง s ซึ่งเป็นกรอบอ้างอิงที่มีผู้สังเกตอยู่ ถ้าสามารถวัดมวลในกรอบอ้างอิง s ได้เป็น m_0 ในกรอบอ้างอิง s' จะวัดมวลได้เป็น m

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ตัวอย่างโจทย์มวลสัมพัทธ

Ex 3 อิเล็กตรอนมีมวลนิ่ง 9.1×10^{-31} กิโลกรัม ถ้าเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเป็นครึ่งหนึ่งของแสง จะมีมวลเท่าใด

พลังงานและโมเมนตัม

ในการหาพลังงาน จะคิดจาก มีแรง F เข้ามากระทำกับมวล m ในช่วงการกระจัด ds ทำให้พลังงานจลน์ของมวล m เปลี่ยนไปดังสมการ

$$dE_k = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

และจากกฎข้อที่สองของนิวตัน

$$F = \frac{d}{dt} mv$$

ทำให้ได้ว่า $E_k = mc^2 - m_0c^2$

พลังงานและโมเมนตัม

ในการหาโมเมนตัม

$$P = mv$$

และจากการหามวลสัมพัทธ

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ทำให้ได้ว่า $P = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

ตัวอย่างโจทย์มวลสัมพัทธ

Ex 4 จงหาพลังงานจลน์และโมเมนตัมของอิเล็กตอนซึ่งมีมวลนิ่ง 9.1×10^{-31} กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $0.9c$